

Отчет за 2010 год Р. Михайлова

Результаты:

Найдена связь теории гомотопических групп сфер с теорией обобщенных размерных подгрупп, в частности результаты о группах сфер использованы для доказательства результатов о групповых кольцах свободных групп. В частности, в работе с Пасси и Ву показано следующее. Для кольца A и двусторонних идеалов I_1, \dots, I_n ($n \geq 2$) в A рассмотрим их симметрическое произведение:

$$(I_1 \dots I_n)_S := \sum_{\sigma \in \Sigma_n} I_{\sigma_1} \dots I_{\sigma_n},$$

где Σ_n n -я симметрическая группа. Отметим, что всегда $(I_1 \dots I_n)_S \subseteq I_1 \cap \dots \cap I_n$, откуда это включение может быть строгим. Пусть F свободная группа и пусть R_1, \dots, R_n нормальные подгруппы в F . Рассмотрим двусторонние идеалы в групповом кольце $\mathbb{Z}[F]$ определяемые как $\mathbf{r}_i = (R_i - 1)\mathbb{Z}[F]$, $i = 1, \dots, n$. Обозначим через $[R_1, \dots, R_n]_S$ симметрический коммутант:

$$[R_1, \dots, R_n]_S = \prod_{\sigma \in \Sigma_n} [\dots [R_{\sigma_1}, R_{\sigma_2}], \dots, R_{\sigma_n}].$$

Пусть

$$f_{F; R_1, \dots, R_n} : \frac{R_1 \cap \dots \cap R_n}{[R_1, \dots, R_n]_S} \rightarrow \frac{\mathbf{r}_1 \cap \dots \cap \mathbf{r}_n}{(\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_n)_S},$$

естественное отображение, задаваемое как

$$f_{F; R_1, \dots, R_n} : g \cdot [R_1, \dots, R_n]_S \mapsto g - 1 + (\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_n)_S, \quad g \in R_1 \cap \dots \cap R_n.$$

Показано, что для некоторых F, R_1, \dots, R_n , существует пространство X , такое что отображение $f_{F; R_1, \dots, R_n}$ - это $(n-1)$ -й гомоморфизм Гуревича:

$$\begin{array}{ccc} \frac{R_1 \cap \dots \cap R_n}{[R_1, \dots, R_n]_S} & \xrightarrow{f_{F; R_1, \dots, R_n}} & \frac{\mathbf{r}_1 \cap \dots \cap \mathbf{r}_n}{(\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_n)_S} \\ \parallel & & \parallel \\ \pi_{n-1}(X) & \longrightarrow & H_{n-1}(X) \end{array} \quad (1)$$

К примеру, пусть F свободная группа с базисом $\{x_1, \dots, x_{n-1}\}$, $n \geq 3$ и $R_i = \langle x_i \rangle^F$, $i = 1, \dots, n-1$, $R_n = \langle x_1 \dots x_{n-1} \rangle^F$. Тогда можно выбрать $X = \Omega S^2$ в диаграмме (1). Этот пример показывает, что методы теории гомотопий играют серьезную роль в теории групповых колец.

Получено решение проблемы С.В. Иванова из Коуровской тетради. Для свободной бернсайдовой группы $B(2, n)$ для достаточно большой экспоненты n , построены неэлементарные делители нуля в групповом кольце.

Получен ряд результатов в теории производных функторов от неаддитивных функторов.

Опубликованы работы:

1. (with Wu J.) On homotopy groups of the suspended classifying spaces, Alg. Geom. Top. 10 (2010), 565-625; arXiv: 0908.3580
2. (with Belov A. Ya.) Free subalgebras of Lie algebras close to nilpotent, Groups, Geometry and Dynamics 4 (2010), 15-29; arXiv: 0805.0723
3. (with Passi I.B.S.) Limits over categories of extensions, Ind. J. Pure Appl. Math. (2010); arXiv: 0904.0634
4. (with Ellis G.) A colimit of classifying spaces, Advances in Math. 223 (2010), 2097-2113; arXiv:0804.3581

Приняты в печать:

1. (with Breen L.) Derived functors of non-additive functors and homotopy theory, to appear Alg. Geom. Top.; arXiv: 0910.2817
2. 33. (with Passi I.B.S. and Wu J.) Symmetric ideals in group rings and simplicial homotopy, to appear J. Pure Appl. Algebra; arxiv: 1002.0128

Препринт:

1. On the homology of the dual de Rham complexes, preprint; arxiv: 1001.2824

Выступления на конференциях и школах:

Прочел курс лекций на школе по теории групп в Бомбее в мае 2010. Выступал на конференции Topology, Geometry, and Dynamics: Rokhlin Memorial в Санкт-Петербурге, а также на конференции "АЛГЕБРИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ: методы, связи и приложения", посвященной 70-летию со дня рождения А.Н. Тюрин.

В июне 2010 года защитил докторскую диссертацию "Гомотопическая теория нормальных рядов в группах".