Отчёт Елагина Алексея за 2011 год

1. Был доказан результат о связи производных категорий когерентных пучков на различных многообразиях: установлена связь между производными категориями когерентных пучков многообразия и его этального накрытия.

   Для многих классов морфизмов многообразий $f\colon X \to Y$ имеется описание когерентных пучков на X через когерентные пучки на Y или наоборот. Например:

   - Если f – плоский сюръективный морфизм, то задание когерентного пучка F на Y равносильно заданию пучка f^*F на X и изоморфизма склейки между двумя поднятиями f^*F на $X \times_Y X$ (это классический пример спуска).
   - Если f – факторизация по свободному действию конечной группы G, то задание пучка на Y равносильно заданию пучка на X, снабжённого действием группы G.
   - Если X – относительный спектр пучка алгебр A над Y, то задание когерентного пучка на X равносильно заданию когерентного пучка на Y вместе с действием пучка алгебр A на нём.

   При изучении производных категорий когерентных пучков возникает естественный вопрос: будут ли работать аналогичные конструкции для объектов производной категории? Например, верно ли, что для плоского сюръективного морфизма $f\colon X \to Y$ задание объекта производной категории когерентных пучков на Y равносильно заданию объекта производной категории когерентных пучков на X и изоморфизма склейки между двумя его поднятиями на $X \times_Y X$? В прежних работах мне удалось установить критерий того, что такая равносильность имеет место.

   Теперь получен аналогичный результат на следующий вопрос. Пусть X – относительный спектр пучка алгебр A над Y. Когда верно, что задание объекта производной категории когерентных пучков на X равносильно заданию объекта производной категории когерентных пучков на Y вместе с действием пучка алгебр A на нём? Это имеет место тогда и только тогда, когда морфизм f этален.

   Как следствие, получаем, что такое описание производной категории когерентных пучков на X возможно, если X – накрытие Y, построенное по линейному расслоению на Y конечного порядка в группе Пикара или X получено из Y конечным сепарабельным расширением поля.

2. Опубликована статья

   “Когомологическая теория спуска для морфизма стеков и для эквивариантных производных категорий”, Мат. сборник, 202:4 (2011), 31-64.

   И её препринт:

   Cohomological descent theory for a morphism of stacks and for equivariant derived categories, arXiv:1103.3135v1

3. Я принял участие в конференциях и школах:

   (a) Winter school on moduli spaces, Cambridge, 5-14 января 2011.

   (b) Летняя школа-конференция по алгебраической геометрии и комплексному анализу, Ярославль, 23-28 мая 2011, доклад “Эквивариантные когерентные пучки на $\mathbb{P}^1$ и представления колчанов”.

   (c) Summer school “Coherent sheaves and derived categories”, Miedzybrodzie Bialskie (Польша), 13-17 июня 2011, доклад “Equivariant coherent sheaves and their derived categories”.

   (d) Конференция, посвященная 65-летию Ф. А. Богомолова, Москва, 1-4 сентября 2011.

   (e) Конференция “Производные категории в алгебраической геометрии”, Москва, 5-9 сентября 2011, доклад “Equivariant derived categories and descent theory for derived categories”.

4. Прочёл курсы лекций “Алгебра-2” (весна) и “Алгебра-3” (осень) в Независимом Московском Университете, руководил семинарскими занятиями к ним.

   Подготовил конспекты лекций к этим курсам и серию листков с задачами для семинарских занятий.

   Вёл занятия вечерней математической школы в 57 школе (весна), принимаю участие в проведении уроков по математическому анализу в 57 школе (осень).