

Вадим Горин: отчет за 2011 год.

1 Результаты, полученные в этом году

Начну с описания результатов, полученных в совместной работе с Алексеем Бородиным.

Рассмотрим N независимых одинаково-распределенных одномерных случайных блужданий (иными словами, N частиц), стартующих в точках $1, 2, \dots, N$. Эти блуждания могут быть простыми с дискретным временем (т.е. в каждый момент времени каждая частица с вероятностью p увеличивает свою координату на единицу, а с вероятностью $1 - p$ остаётся на месте), либо же процессами Пуассона, или же и более сложными случайными процессами. Нас будут интересовать условный марковский процесс, получающийся наложением на эти N частиц условия отсутствия пересечений их траекторий (иными словами, мы хотим потребовать, чтобы частицы не сталкивались ни в какой момент времени). Для конечного N конструкция, позволяющая строго определить подобный условный процесс известна, она основана на так называемой формуле Карлина-Макрегора для подсчёта вероятности того, что траектории набора случайных блужданий не пересекаются. Нас интересует аналогичный процесс для $N = \infty$. Само его существование априори не очевидно, чтобы его построить мы отождествляем бесконечные точечные конфигурации на решетке \mathbb{Z} (состояния нашего процесса) с q -гиббсовскими мерами на бесконечных схемах Гельфанда-Цетлина и конструируем стохастическую динамику на последних.

Мы находим ряд свойств построенного бесконечномерного процесса: доказываем его феллеровость (аналитическое свойство, означающее, что свёртка с переходными вероятностями процесса сохраняет пространство непрерывных, стремящихся к нулю на бесконечности функций), показываем, что его конечномерные распределения являются $N \rightarrow \infty$ пределами распределений упомянутых выше условных марковских процессов для конечного N , доказываем, что процесс является динамически-детерминантным. Последнее свойство означает, что вероятности того, что точечные конфигурации (состояния процесса) в фиксированные моменты времени содержат фиксированные элементы решётки \mathbb{Z} , выражаются как миноры некоторой матрицы, называемой корреляционным ядром. Также были подсчитаны явные интегральные формулы для корреляционного ядра. Наконец, была обнаружена и описана связь построенного бесконечномерного процесса с процессами с исключениями (т.н. TASEP) с переменными скоростями частиц.

Другим направлением исследований была совместная работа с Александром Гнединым (о сюжете, работа над которым была начата ещё Сергеем Керовым 10 лет назад). Мы изучали “блочные характеры” симметрической группы — то есть такие положительно-определённые функции на группе перестановок, которые зависят только от числа циклов в перестановке. Введение таких характеров мотивировано известным ранее аналогичным понятием для группы $GL(n, q)$ обратимых матриц над конечным полем, которую в данном контексте естественно рассматривать как q -деформацию симметрической группы.

Мы описываем множество блочных характеров и строим представления симметрической группы, матричные следы которых задают крайние точки множества блочных характеров. Эти представления оказываются связанными с разложением алгебры коинвариантов симметрической группы на естественные компоненты. Мы также изучаем множество блочных характеров бесконечной симметрической группы $S(\infty)$ и доказываем для них классификационную теорему.

В настоящее время я занимаюсь изучением характеров и представлений группы GLB почти-верхнетреугольных бесконечных матриц над конечным полем. Эта группа была введена Вершиком и Керовым в качестве q -аналога бесконечной симметрической группы $S(\infty)$, теория представлений для которого во многом аналогична. Для группы GLB удастся построить широкий класс полуконечных характеров и отвечающих им фактор-представлений Фон-Неймана типа II_∞ .

2 Опубликованные и поданные в печать работы

Препринты:

1. Markov processes of infinitely many nonintersecting random walks (joint paper with A. Borodin), submitted. arXiv:1106.1299
2. Block characters of the symmetric groups (joint paper with A. Gnedin and S. Kerov), submitted. arXiv:1108.5044
3. A pattern theorem for random sorting networks (joint paper with O. Angel and A. Holroyd), submitted. arXiv:1110.0160

Публикация:

1. The q -Gelfand-Tsetlin graph, Gibbs measures and q -Toeplitz matrices, *Advances in Mathematics*, 229 (2012), no. 1, 201–266, arXiv:1011.1769

3 Участие в конференциях и школах

1. Рождественские встречи Фонда Династия (Январь 2011, НМУ, Москва)
2. “50 лет ИППИ” (Июль 2011, Президиум РАН, Москва)

4 Работа в научных центрах и международных группах

1. Участвую в русско-французских грантах РФФИ-CNRS 10-01-93114 и 11-01-93105.
2. В апреле и сентябре 2011 года я был в Университете Утрехта в рамках международного проекта сотрудничества “Комбинаторные стохастические процессы”, сделал там 2 научных доклада.
3. В сентябре 2011 года я посетил Institut des Hautes Études Scientifiques и Университет Париж VI и сделал там научные доклады.
4. В ноябре 2011 года я посетил Петербургское Отделение Математического Института им. Стеклова и Лабораторию Чебышева СПбГУ и сделал в них 3 научных доклада
5. Сделал несколько докладов на различных научных семинарах в МГУ, ИППИ РАН, НМУ.

5 Педагогическая деятельность

1. Весь год я преподавал математику в 11-м классе московской школы №57.
2. В ноябре я прочел две лекции для слушателей семинара по функциональному анализу и алгебраической комбинаторике (в МИРАН)