

**ОТЧЕТ О НАУЧНОЙ И ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ
ПО ГРАНТУ ФОНДА «ДИНАСТИЯ» (КОНКУРС 2010 Г.)
ЗА 2011 Г.**

ПАНОВ ТАРАС ЕВГЕНЬЕВИЧ, Д.Ф.-М.Н., ПРОФЕССОР

1. РЕЗУЛЬТАТЫ, ПОЛУЧЕННЫЕ В 2011 Г.

Исследована топология, комплексная и лагранжева геометрия важного класса многообразий с действием тора, в соответствии с 3 основными направлениями, заявленными в проекте. Описаны некэлеровы комплексные структуры на момент-угол-многообразиях и их частных факторах. Получены новые примеры вложенных гамильтоново-минимальных лагранжевых подмногообразий в \mathbb{C}^m , и в ряде случаев явно описана их топология.

1. В 2011 г. была опубликована работа [LP], в которой изучена топология класса многообразий с действием тора, сопоставляемых симплициальным частично упорядоченным множествам. Симплициальные частично упорядоченные множества представляют собой комбинаторные структуры, лежащие в основе «обобщённых симплициальных комплексов», в которых грани по-прежнему являются симплексами, но две грани могут пересекаться по любому подкомплексу границы, а не только по единственной грани. Такие комплексы также известны под названием «идеальных триангуляций» в маломерной топологии, или «симплициально клеточных комплексов». В работе [LP] мы обобщаем конструкцию момент-угол-комплекса на симплициальные частично упорядоченные множества, сопоставляя каждому такому ч.у.м. \mathcal{S} с m вершинами некоторый клеточный комплекс $\mathcal{Z}_{\mathcal{S}}$ с действием тора T^m . Кольца граней $\mathbb{Z}[\mathcal{S}]$ симплициальных ч.у.м. обобщают кольца граней (кольца Стенли-Райснера) симплициальных комплексов, но имеют намного более сложное и богатое алгебраическое строение. Мы исследовали кольца граней $\mathbb{Z}[\mathcal{S}]$ топологическими методами. Пространство $\mathcal{Z}_{\mathcal{S}}$ обладает многими важными топологическими свойствами исходного момент-угол-комплекса $\mathcal{Z}_{\mathcal{K}}$, соответствующего симплициальному комплексу \mathcal{K} . В частности, нами доказано, что целочисленное кольцо когомологий $\mathcal{Z}_{\mathcal{S}}$ изоморфно Тог-алгебре кольца граней $\mathbb{Z}[\mathcal{S}]$. Это приводит к обобщению теоремы Хохстера, выражающей алгебраические числа Бетти кольца $\mathbb{Z}[\mathcal{S}]$ в терминах когомологий полных подкомплексов в \mathcal{S} . Наконец, мы оцениваем снизу полную размерность когомологий момент-угол-комплекса $\mathcal{Z}_{\mathcal{S}}$, тем самым доказывая гипотезу Гальперина о торическом ранге для момент-угол-комплексов $\mathcal{Z}_{\mathcal{S}}$.

2. В 2011 г. принята к печати работа [PU], в которой построены и изучены некэлеровы комплексные структуры на момент-угол-многообразиях, в том числе на тех из них, которые не происходят из многогранников (и тем самым не задаются пересечениями эрмитовых квадратиков и не являются поверхностями уровня для торического отображения моментов).

Доказано, что момент-угол-многообразия $\mathcal{Z}_{\mathcal{K}}$, соответствующие полным симплициальным веерам (т.е. для которых \mathcal{K} имеет звёздчатую реализацию), допускают некэлеровы комплексно-аналитические структуры. В качестве частных случаев получаются известные семейства многообразий Хопфа и Калаби-Экманна. Дано описание групп когомологий Дольбо комплексных структур на $\mathcal{Z}_{\mathcal{K}}$ и явно вычислен ряд

чисел Ходжа в малых размерностях. Это вычисление основано на применении спектральной последовательности Бореля к голоморфным главным расслоениям \mathcal{Z}_K над торическими многообразиями.

Затем описана мультипликативная структура (умножение) в когомологиях Дольбо $H_{\bar{\partial}}^{*,*}(\mathcal{Z}_K)$, при помощи методов, используемых в рациональной теории гомотопий (аналоги минимальных моделей для когомологий Дольбо). Также построены комплексные структуры на частичных факторах момент-угол-многообразий (лежащих в иерархии между момент-угол-многообразиями и торическими многообразиями).

3. В 2011 г. принята к печати работа [MP], в которой исследована геометрия и топология явных серий гамильтоново-минимальных лагранжевых подмногообразий N в \mathbb{C}^m , построенных А. Мироновым в 2003–2004 гг., а также получен явный критерий вложения этих многообразий (в исходной конструкции Миронова лагранжевы многообразия были лишь погружёнными). -минимальные лагранжевы подмногообразия N оказались тесно связанными с момент-угол-многообразиями \mathcal{Z}_P , представляющими собой полные пересечения квадратик, а также их вещественными аналогами \mathcal{R}_P . А именно, лагранжево подмногообразие N лежит в \mathcal{Z}_P , расслаивается над тором T^{m-n} со слоем \mathcal{R}_P , и в то же время расслаивается над вещественным торическим многообразием (так называемым малым накрытием) со слоем тор. Это позволило применить наши результаты о топологии пересечений квадратик, момент-угол-многообразий и квазиторических многообразий к описанию топологии подмногообразий N и геометрии их лагранжевых вложений в \mathbb{C}^m . Полностью описана топология подмногообразий N в случае не более 2 квадратик (они оказались пространствами расслоений, возможно нетривиальных, слоем и базой которых является произведение сферы и окружности или многомерная бутылка Клейна). Построены явные примеры N -минимальных лагранжевых подмногообразий с весьма сложной, но эффективно описываемой топологической структурой (например пространства расслоений над 3-мерным тором со слоем поверхность рода 5).

2. ОПУБЛИКОВАННЫЕ И ПОДАННЫЕ В ПЕЧАТЬ РАБОТЫ.

- [LP] Zhi Lu and Taras Panov. *Moment-angle complexes from simplicial posets*. Central European J. Math. **9** (2011), no. 4, 715–730.
- [MP] А. Е. Миронов, Т. Е. Панов. *Пересечения квадратик, момент-угол-многообразия и гамильтоново-минимальные лагранжевы вложения*. Функц. анализ и его прил., принято к печати; arXiv:1103.4970.
- [PU] Taras Panov and Yuri Ustinovsky. *Complex-analytic structures on moment-angle manifolds*. Moscow Math. J. (2012), принято к печати в 1-м номере за 2012 г.

Также имеется 3 электронных публикации

- Taras Panov. *Bordism*. Bulletin of the Manifold Atlas (2011), 23–29. The Manifold Atlas Project. <http://www.map.him.uni-bonn.de/Bordism>
- Taras Panov. *Complex bordism*. Bulletin of the Manifold Atlas (2011), 30–39. The Manifold Atlas Project. http://www.map.him.uni-bonn.de/Complex_bordism
- Taras Panov. *Formal group laws and genera*. Bulletin of the Manifold Atlas (2011), 40–48. The Manifold Atlas Project. http://www.map.him.uni-bonn.de/Formal_group_laws_and_genera

3. УЧАСТИЕ В КОНФЕРЕНЦИЯХ И ШКОЛАХ.

14 июля 2011. 80th meeting of the Transpennine Topology Triangle, Manchester, UK. Plenary talk “Geometric structures on moment-angle manifolds”.

18–20 июля 2011. International Conference “Toric Methods in Homotopy Theory and Related Subjects”, Queen’s University Belfast, UK. Plenary talk “Homotopy colimits and loops on toric spaces”.

5–10 сентября 2011 Международная конференция “Toric Topology and Automorphic Functions”, Хабаровск. Пленарный доклад “Geometric structures on moment-angle manifolds”.

1–9 декабря 2011. 10th Pacific Rim Geometry Conference, Osaka and Fukuoka, Japan. Plenary talk “Intersections of quadrics and H -minimal Lagrangian submanifolds”.

4. РАБОТА В НАУЧНЫХ ЦЕНТРАХ И МЕЖДУНАРОДНЫХ ГРУППАХ

Являюсь соисполнителем совместного российско-японского гранта РФФИ–JSPS 10-01-92102-ЯФ «Торическая топология с приложениями в комбинаторике» и совместного российско-украинского гранта РФФИ–НАН Украины 11-01-90413-Укр «Развитие алгебраических и аналитических методов некоммутативной геометрии и топологии».

5. ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ.

Профессор механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова.

Весенний семестр 2011 г.: семинарские занятия «Линейная алгебра и геометрия» для студентов 1-го курса, группа 102; совместно с В. М. Бухштабером и А. А. Гайфуллиным прочитал специальный курс «Кобордизмы и их приложения» для студентов старших курсов и аспирантов, специализирующихся по геометрии и топологии.

Осенний семестр 2011 г.: семинарские занятия «Дифференциальная геометрия и топология» для студентов 3-го курса, группа 306; совместно с В. М. Бухштабером и А. А. Гайфуллиным веду специальный курс «Торическая топология и приложения» для студентов старших курсов и аспирантов, специализирующихся по геометрии и топологии.

Руководжу учебно-научным семинаром по геометрии и топологии для студентов 2–5 курсов (совместно с А. В. Пенским). Осуществляю научное руководство 2 аспирантами (Лимонченко Иван, Устиновский Юрий) и 4 студентами.

E-mail address: tpanov@mech.math.msu.su

[HTTP://HIGEOM.MATH.MSU.SU/PEOPLE/TARAS/](http://HIGEOM.MATH.MSU.SU/PEOPLE/TARAS/)