

## Отчет за 2012 год Базайкина Ярослава Владимировича

### 1. Полученные результаты.

Построен класс геодезически полных метрик сигнатуры  $(n, n)$ , обладающих специальной группой голономии, ранее не описанной. Вообще, классификация псевдо-римановых групп голономии на данный момент завершена только в римановом и лоренцевом случае. В случае сигнатуры  $(p, q)$ , где  $\min(p, q) \geq 2$  классификация закончена только в случае неприводимых групп голономии. Для приводимых, но не разложимых групп голономии классификация практически отсутствует, и примеры почти неизвестны. В недавней работе Болсинова-Цонева был построен целый класс примеров сигнатуры  $(n, n)$ , однако конструкция является локальной и не дает геодезически полные метрики. Опираясь на идеи Болсинова-Цонева нам удалось найти класс групп голономии в случае сигнатуры  $(n, n)$  (отличный от групп голономии Болсинова-Цонева), и реализовать их полными метриками ([2], совместно с Т.М. Золотаревой, готовится к печати).

Разработаны численные алгоритмы вычисления топологических характеристик трехмерных тел при помощи дискретного обобщения теории Морса. При этом трехмерное тело представляется в виде объединения трехмерных элементарных кубиков, а в качестве функции, выступающей аналогом функции Морса выступает диагональная функция — ортогональная проекция на вектор  $(1, 1, 1)$  в  $\mathbb{R}^3$ . Проведено исследование дискретных критических точек такой функции. Основной отличительной особенностью алгоритма является наличие дискретных аналогов неморсовских критических точек («обезьянье седло»). Построен дискретный градиентный поток, позволяющий вычислить цепной комплекс, аналогичный комплексу Морса-Смейла ([3], совместно с И.А. Таймановым).

Одним из основных инструментов вычислительной топологии являются персистентные гомологии, позволяющие оценить динамику изменения гомологий пространства, строящегося при помощи фильтрации. Одним из применений персистентных гомологий является ситуация, когда в некоторой области  $M$  задана функция («поле»)  $f$ , описывающая некоторые свойства среды (проницаемость, температура, и т.д.). Тогда характеристики поля можно описывать в терминах динамики свойств множеств экскурсии — т.е. множеств  $M_\rho$ , заданных неравенством  $f \leq \rho$ , где параметр  $\rho$  растет. Эту динамику с точки зрения топологии можно описать персистентной диаграммой, которая к тому же является устойчивой к «шуму», т.е. к малым шевелениям функции  $f$ . Нами разработано понятие интегральной персистентной диаграммы, которая кроме топологической информации несет в себе информацию о динамике объемов компонент связности множеств экскурсии. Доказана устойчивость построенных персистентных диаграмм к возмущениям функции  $f$  ([4], совместно с А. Абжановым).

### 2. Публикации.

1. Я. В. Базайкин, О. А. Богоявленская. Полные римановы метрики с группой голономии  $G_2$  на деформациях конусов над  $S^3 \times S^3$  // Математические заметки, 2012, в печати.

2. Я.В. Базайкин, Т.М. Золотарева. Полные римановы пространства сигнатуры  $(n, n)$  со специальными группами голономии // 2012, готовится к печати.

3. Я.В. Базайкин, И.А. Тайманов. Об одном численном алгоритме вычисления топологических характеристик трехмерных тел // ЖВМиМФ, 2012, Т. 52, №12.

4. Ya. Bazaikin, A. Abzhanov. Stability of Integral Persistence Diagrams. Submitted to Symposium on Computational Geometry 2013.

### **3. Участие в конференциях.**

3.1. Workshop "Integrability - modern variations Hausdorff Research Institute for Mathematics, Bonn, Germany, 9-13.01.2012, приглашенный пленарный доклад.

3.2. Workshop "Geometric PDEs and integrability Hausdorff Research Institute for Mathematics, Bonn, Germany, 23-25.01.2012, приглашенный пленарный доклад.

3.3. Международная конференция "Таймановские чтения Западно-Казахстанский государственный Университет, Уральск, Казахстан, 20-21.04.2012, приглашенный пленарный доклад, секционный доклад.

### **4. Работа в научных центрах и международных группах.**

4.1. Участие в триместре «Integrability in Geometry and Mathematical Physics», проходившем в математическом институте Хаусдорфа, Бонн, Германия, 03.01- 02.02.2012.

4.2. Совместная научная работа в Институте Макса-Планка, Бонн, Германия, 3.09-28.09.2012.

### **5. Педагогическая деятельность.**

Доцент Механико-математического факультета НГУ, лекционный курс «Дифференциальная геометрия», научное руководство 1 аспирантом и 3 студентами.