

# ГРУППЫ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ АФФИННЫХ МНОГООБРАЗИЙ

КАРИНЭ КУЮМЖИЯН

## 1. РЕЗУЛЬТАТЫ, ПОЛУЧЕННЫЕ В 2012 ГОДУ

В этом году я продолжала исследования многообразий, на которых группа специальных автоморфизмов действует бесконечно транзитивно. Дадим основные определения. *Группой специальных автоморфизмов* мы называем подгруппу в группе всех алгебраических автоморфизмов аффинного алгебраического многообразия, порождённую одномерными унипотентными подгруппами. Действие группы специальных автоморфизмов на многообразии называется *бесконечно транзитивным*, если для любого  $m \in \mathbb{N}$  действие транзитивно на  $m$ -ках гладких точек многообразия. В этом случае многообразии также называется *бесконечно транзитивным*.

Ранее в работах Аржанцева-Фленнера-Калимана-Кутчебауха-Зайденберга было доказано, что любое бесконечно транзитивное многообразие является унирациональным. Это связало исходную задачу аффинной алгебраической геометрии с бирациональной геометрией. В тех же работах было доказано, что существуют такие унирациональные многообразия, что ни одна их бирациональная модель (аффинная) не является бесконечно транзитивной.

Введём новое понятие. Назовём многообразие  $X$  (алгебраическое, не обязательно аффинное) *стабильно бирационально бесконечно транзитивным*, если существует  $m \in \mathbb{N}$  и подходящая бирациональная аффинная модель многообразия  $X \times \mathbb{A}^m$ , являющаяся бесконечно транзитивной. Возникла гипотеза (Богомолов): верно ли, что любое унирациональное многообразие является стабильно бирационально бесконечно транзитивным? В совместной работе с Ф. Богомоловым и И. Каржемановым мы доказываем следующий частный случай этой гипотезы: пусть  $\dim X = n$  и есть  $n$  морфизмов  $X \rightarrow Y_i$  с типичным слоем  $\mathbb{P}^1$ , причём в общей точке многообразия  $X$  касательные векторы к слоям этих морфизмов линейно независимы. Тогда  $X$  стабильно бирационально бесконечно транзитивно. Мы применяем эту теорему к классическим примерам унирациональных, но не рациональных многообразий, доказывая, что они стабильно бирационально бесконечно транзитивны (отсюда, в частности, можно получить другое доказательство унирациональности для этих многообразий). В частности, мы разбираем случай кубики в  $\mathbb{P}^{n+1}$ , где  $n \geq 2$ .

## 2. СТАТЬИ И ПРЕПРИНТЫ

- [1] И. В. Аржанцев, М. Г. Зайденберг, К. Г. Куюмжиян, Многообразия флагов, торические многообразия и надстройки: три примера бесконечной транзитивности, Матем. сб., 2012, том 203, номер 7, стр. 3–30
- [2] И. И. Богданов, К. Г. Куюмжиян, Простые модули исключительных групп с нормальными замыканиями орбит максимального тора, Математические Заметки 2012, том 92, вып. 4, стр. 483–496 arXiv:1105.4577

- [3] К. Г. Куюмжиян, Простые модули классических линейных групп с нормальными замыканиями орбит максимального тора, Сибирский Математический Журнал, Ноябрь–декабрь, 2012. Том 53, No 6 стр. 1354-1372
- [4] F. Bogomolov, I. Karzhemanov, K. Kuyumzhiyan, Unirationality and existence of infinitely transitive models. arXiv:1204.0862, to appear in: Birational geometry, rational curves, and arithmetic – Simons symposium 2012
- [5] К. Куюмжиян, F. Mangolte, Very transitive actions on real affine suspensions, Journal of Pure and Applied Algebra 216 (2012), 2106–2112

### 3. УЧАСТИЕ В КОНФЕРЕНЦИЯХ И ШКОЛАХ

- Рождественские встречи с П. Делинем, Москва, январь 2012 г.  
Доклад «Многообразия с бесконечно транзитивным действием группы специальных автоморфизмов»
- Swiss-French workshop on algebraic geometry, Энней, Швейцария, февраль 2012 г.  
Доклад: “Varieties with infinitely transitive action of the group of Special Automorphisms”
- Meeting “Géométrie Algébrique et Géométrie Complexe”, CIRM, Марсель, Франция, март 2012 г.
- Конференция «Бирациональная и аффинная геометрия», МИАН им. Стеклова и НИУ ВШЭ, Москва, Россия, апрель 2012 г.
- «Алгебра и геометрия», Международная конференция, посвящённая 65-летию Аскольда Георгиевича Хованского, НИУ ВШЭ и НМУ, Москва, Россия, июнь 2012 г.  
Доклад: “Simple  $G$ -modules with normal closures of maximal torus orbits”
- International Conference on Essential Dimension and Cremona Groups, Chern Institute of Mathematics, Nankai University, Тяньжин, Китай, июнь 2012 г.
- Школа-конференция «Алгебры Ли, алгебраические группы и теория инвариантов», Тольятти, Россия, июнь 2012 г.  
Доклад: «Нормальность замыканий орбит торов в неприводимых представлениях простых алгебраических групп»
- Школа-конференция “MSJ-SI 2012 Schubert calculus”, Осака, Япония, 16-27 июля 2012 г.  
Постер “Simple  $G$ -modules with normal closures of maximal torus orbits”
- 35th Autumn School in Algebraic Geometry “Subgroups of Cremona groups”, Лукечин, 23-29 сентября 2012 г.
- Лаборатория LAREMA, Анже, Франция, октябрь 2012 г.,  
Доклад “Unirationalité et existence de modèles birationnels infiniment transitifs”
- Конференция “Birational and Affine Geometry”, CIRM, Италия, 29 октября-3 ноября 2012 г.,  
Постер “Unirationality and existence of infinitely transitive models”
- Конференция “Kulikov fest”, Москва, 3-9 декабря 2012 г.

### 4. РАБОТА В НАУЧНЫХ ЦЕНТРАХ И МЕЖДУНАРОДНЫХ ГРУППАХ

- группа «Аutomorphismes аффинных пространств» (Гренобль, Дижон, Анже, Базель, Москва, ...)
- CIRM, Марсель, Франция
- CIRM, Тренто, Италия

## 5. ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ

Составляла вариант Московской Математической олимпиады 9 кл., старшая по классу  
(совместно с Е. Буньковой)

Помогала вести семинары в НМУ.