Отчет Никольской Ольги Владимировны по гранту Фонда "Династия" за 2012 год

1. Результаты, полученные в 2012 году:

Гладкая комплексная проективная поверхность S называется $K3$ поверхностью, если $\Omega_S^2 \widetilde{\to} \mathcal{O}_S$ и $H^1(S, \mathcal{O}_S) = 0$.

В дальнейшем $\pi_k : X_k \to C \quad (k = 1, 2)$ – сюръективный морфизм гладкого проективного 3-мерного многообразия X_k на гладкую проективную кривую C, общий геометрический слой которого является $K3$ поверхностью. Мы называем семейство $\pi_k : X_k \to C$ неизотривиальным, если существуют хотя бы два неизоморфных гладких геометрических слоя морфизма π_k.

Пусть $\pi_k : X_k \to C$ – такой морфизм гладкого проективного трехмерного многообразия на кривую, что все слои морфизма π_k являются объединениями гладких поверхностей кратности 1 с нормальными пересечениями, общий геометрический слой X_{ks} является $K3$ поверхностью $(k = 1, 2)$. Если любая локальная монодромия γ, ассоциированная с особым слоем и действующая на $H^2(X_{ks}, \mathbb{Q})$, удовлетворяет условию $N^2 \neq 0$, где $N = \log(\gamma)$, то мы говорим, что $\pi_k : X_k \to C$ – семейство $K3$ поверхностей с полустабильными вырождениями *рационального* типа. Согласно результатам Вик.С. Куликова, в этом случае можно считать, что все вырожденные слои морфизма π_k являются объединениями гладких *рациональных* поверхностей V_i кратности 1 с нормальными пересечениями, двойные кривые $C_{i,j}$ на каждой поверхности V_i являются гладкими *рациональными* кривыми, образующими цикл, локализация семейства $\pi_k : X_k \to C$ над любым открытым диском в C имеет тривиальный канонический класс.

Теорема. *Для проективных неизотривиальных семейств $\pi_k : X_k \to C$ $K3$ поверхностей (возможно с вырождениями) над гладкой проективной кривой C предположим, что общие геометрические слои X_{1s}, X_{2s} удовлетворяют следующим условиям*:

(i) $\operatorname{rank} \mathrm{NS}(X_{1s})$ *является нечетным числом*;

(ii) $\operatorname{rank} \mathrm{NS}(X_{1s}) \neq \operatorname{rank} \mathrm{NS}(X_{2s})$.

Тогда для любой гладкой проективной модели X расслоенного произведения $X_1 \times_C X_2$ верна гипотеза Ходжа об алгебраических циклах.

Кроме того, гипотеза Ходжа верна для гладкой модели X расслоенного квадрата $X_1 \times_C X_1$ при выполнении условия, что вырожденные слои неизотривиального семейства $K3$ поверхностей $\pi_1 : X_1 \to C$ имеют рациональный тип и $p_1 = 22 - \operatorname{rank} \operatorname{NS}(X_{1s})$ – нечетное простое число для общего геометрического слоя X_{1s}.

Здесь общность точки $s \in C$ означает, что она принадлежит множеству $C \setminus \Delta_{\text{countable}}$, где $\Delta_{\text{countable}}$ - счетное подмножество, зависящее от семейств π_k; мы можем также предполагать, что функции $s \mapsto \operatorname{rank} \operatorname{NS}(X_{ks})$ постоянны на множестве $C \setminus \Delta_{\text{countable}}$.

2. Опубликованные и поданные в печать работы:

1) О.В. Никольская, "Об алгебраических циклах на гладкой модели расслоенного произведения семейств $K3$ поверхностей", Международная конференция по математической теории управления и механике (Суздаль, 29 июня - 4 июля 2012 года), тезисы доклада, 128-129.

2) О.В. Никольская, "Об алгебраических циклах на расслоенном произведении семейств $K3$ поверхностей", Известия РАН. Серия математическая 77:1 (2013), 145-164.

3. Участие в конференциях и школах:

1) Участвовала в конференции "Рождественские математические встречи, посвященной двадцатилетию Независимого Московского университета и организуемой НМУ, Математическим институтом им. В.А. Стеклова РАН и фонлом Дмитрия Зимина "Династия"(Москва).

2) Участвовала в работе Международной конференции по математической теории управления и механике (Суздаль, 29 июня - 4 июля 2012 года).

4. Работа в научных центрах и международных группах:

Работаю по гранту РФФИ 12-01-00097 (научный руководитель Танкеев С.Г.).

5. Педагогическая деятельность:

Работаю ассистентом кафедры алгебры и геометрии Владимирского государственного университета имени А.Г. и Н.Г.Столетовых.

Подготовлены кандидатская диссертация и автореферат. Осталось сдать экзамен по специальности и защитить диссертацию.