

**ОТЧЕТ О НАУЧНОЙ И ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ  
ПО ГРАНТУ ФОНДА «ДИНАСТИЯ» (КОНКУРС 2010 Г.)  
ЗА 2012 Г.**

ПАНОВ ТАРАС ЕВГЕНЬЕВИЧ

1. РЕЗУЛЬТАТЫ, ПОЛУЧЕННЫЕ В 2012 Г.

Продолжено изучение топологии, комплексной и лагранжевой геометрии важного класса многообразий с действием тора, в соответствии с 3 основными направлениями, заявленными в проекте. Дана новая конструкция некэлеровых комплексных структур на момент-угол-многообразиях и их частных факторах, вычислены кольца когомологий Дольбо и числа Ходжа в малых размерностях. Получены новые примеры гамильтоново-минимальных лагранжевых подмногообразий в комплексном пространстве, и в ряде случаев явно описана их топология.

1. По первому направлению (топология момент-угол-многообразий и комплексов) в 2012 г. была подготовлена и подана в журнал работа [GPTW]. В ней изучены классы симплициальных комплексов  $K$ , для которых момент-угол-комплекс  $\mathcal{Z}_K$  имеет гомотопический тип букета сфер или связной суммы произведений сфер. В случае флаговых комплексов  $K$  получена полная характеристика этих классов, как в алгебраических, так и комбинаторных терминах. Для букета сфер критерий выглядит следующим образом: кольцо граней  $K$  должно быть кольцом Голода, или, эквивалентно, одномерный остов комплекса  $K$  должен быть хордовым графом (это понятие играет важную роль в комбинаторных аспектах теории оптимизации на графах). Также явно вычислено количество сфер данной размерности в букете. В случае букета сфер пространства петель на  $\mathcal{Z}_K$  и  $DJ(K)$  гомотопически эквивалентны произведению сфер и петель на сферах; при этом показано, что каноническое отображение  $\mathcal{Z}_K \rightarrow DJ(K)$  описывается итерированными произведениями Уайтхеда двумерных сферических классов. В общем случае описан минимальный набор мультипликативных образующих алгебры Понтрягина (гомологий петель)  $H_*(\Omega\mathcal{Z}_K)$ .

2. По второму направлению (комплексная геометрия) в 2012 г. опубликована работа [PU], в которой построены и изучены некэлеровы комплексные структуры на момент-угол-многообразиях  $\mathcal{Z}_K$ , происходящих из симплициальных вееров. В частных случаях получаются известные серии многообразий Хопфа и Калаби-Экмана. Дано описание кольца когомологий Дольбо комплексных структур на  $\mathcal{Z}_K$ , доказаны результаты о вырождении спектральных последовательностей Бореля и Фрелихера для когомологий Дольбо и явно вычислен ряд чисел Ходжа в малых размерностях. При вычислении используются голоморфные главные расслоения  $\mathcal{Z}_K$  над торическими многообразиями со слоем компактный комплексный тор.

3. По третьему направлению (лагранжева геометрия) принята к печати работа Миронова и Панова [МП]. В ней изучена топология широкого класса гамильтоново-минимальных (Н-минимальных) лагранжевых подмногообразий  $N$  в  $\mathbb{C}^m$ , построенных по пересечениям вещественных квадрик в предыдущей работе Миронова. Н-минимальность является симплектическим аналогом понятия минимального подмногообразия в римановой геометрии. В общем случае конструкция Миронова даёт погружённое Н-минимальное подмногообразие, и в [МП] получен критерий вложения,

устанавливающий связь с известной конструкцией Дельзанта гамильтоновых торических многообразий. Получены следующие топологические свойства  $H$ -минимальных лагранжевых подмногообразий  $N$ : каждое  $N$  вкладывается в качестве подмногообразия в соответствующее момент-угол-многообразие  $\mathcal{Z}$ , и каждое  $N$  является пространством двух расслоений: над тором со слоем вещественное момент-угол-многообразие  $\mathcal{R}$  и над факторпространством  $\mathcal{R}$  по действию конечной группы (малым накрытием многогранника) со слоем тор. Эти свойства использованы для построения новых примеров  $H$ -минимальных подмногообразий с достаточно сложной топологией: например, пространство расслоения над  $T^3$  со слоем риманова поверхность рода 5. Кроме того, дана полная топологическая классификация  $H$ -минимальных многообразий  $N$  в случае не более двух квадрик.

## 2. ОПУБЛИКОВАННЫЕ И ПОДАННЫЕ В ПЕЧАТЬ РАБОТЫ.

Опубликовано в печатных рецензируемых журналах (1):

[PU] Taras Panov and Yuri Ustinovsky. *Complex-analytic structures on moment-angle manifolds*. Moscow Math. J. **12** (2012), no. 1, 149–172.

Принято к печати в рецензируемых журналах (1):

[МП] А. Е. Миронов, Т. Е. Панов. *Пересечения квадрик, момент-угол-многообразия и гамильтоново-минимальные лагранжевы вложения*. Функциональный анализ и его прил. (2013), принято к печати в 1-м номере за 2013 г.

Электронный препринт (подано в журнал) (1):

[GPTW] Jelena Grbic, Taras Panov, Stephen Theriault and Jie Wu. *Homotopy types of moment-angle complexes*. Preprint (2012); arXiv:1211.0873.

Монография (1):

[BP] V. M. Buchstaber and T. E. Panov. *Toric Topology*. arXiv:1210.2368 В настоящее время подготовлены главы 1-5 из 9.

Учебное пособие (1):

[Па] Т. Е. Панов. *Линейная алгебра и геометрии (лекции, 2012)*, мех-мат ф-т МГУ; <http://higeom.math.msu.su/people/taras/teaching/2012/panov-linalg2012.pdf>

## 3. УЧАСТИЕ В КОНФЕРЕНЦИЯХ И ШКОЛАХ.

**23–25 ноября 2012.** 39th Symposium on Transformation Groups, Tokyo, Japan; plenary talk “Homotopy type of moment-angle complexes and polyhedral products”.

**16–19 ноября 2012.** International meeting “Toric Topology 2012 in Osaka”, Osaka, Japan; talk “Moment-angle complexes corresponding to chordal graphs”.

**3–8 ноября 2012.** International Conference XVII Geometrical Seminar, Zlatibor, Serbia; plenary talk “Intersections of quadrics and  $H$ -minimal Lagrangian submanifolds”.

**14–16 марта 2012.** Первая конференция по дискретной и вычислительной геометрии лаборатории им. Делоне, Ярославль; talk “Toric Topology”.

**27 февраля–2 марта 2012.** Российско-германская конференция по многомерному комплексному анализу, Москва, МИАН; invited talk “Non-Kaehler complex structures on moment-angle manifolds and other toric spaces”.

**8–10 января 2012.** Рождественские математические встречи фонда «Династия», посвящённые 20-летию НМУ, Москва; talk “Intersections of quadrics and  $H$ -minimal Lagrangian submanifolds”.

#### 4. РАБОТА В НАУЧНЫХ ЦЕНТРАХ И МЕЖДУНАРОДНЫХ ГРУППАХ

Являюсь членом российской группы совместного российско-японского гранта РФФИ–JSPS 12-01-92104-ЯФ «Топология и геометрия действий тора и комбинаторика пространств орбит».

В июне-июле работал в Абердине и Эдинбурге в рамках совместного гранта "Research-in-Groups grant" from the International Centre for Mathematical Sciences in Edinburgh.

#### 5. ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ.

Профессор механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова.

**Весна 2012 г.:** лекции «Линейная алгебра и геометрия» на мехмате (1 курс, 3 поток); специальный курс «Торическая топология и приложения» для студентов старших курсов и аспирантов, специализирующихся по геометрии и топологии.

**Осень 2012 г.:** совместно с А. А. Гайфуллиным веду специальный курс «Торическая геометрия и топология» для студентов старших курсов и аспирантов, специализирующихся по геометрии и топологии.

Осуществляю научное руководство 2 аспирантами (Лимонченко Иван, Устиновский Юрий) и 5 студентами 3–5 курсов.

*E-mail address:* tpanov@mech.math.msu.su

<http://higeom.math.msu.su/people/taras/>