

Отчет за 2013 год Базайкина Ярослава Владимировича

1. Полученные результаты.

Персистентные гомологии являются одним из основных инструментов вычислительной топологии. Они возникают в ситуации, когда задана фильтрация некоторого топологического пространства и позволяют проследить возникновение и исчезновение гомологических циклов при изменении параметра фильтрации. С точки зрения алгебраической топологии такой подход уже является классическим и приводит к понятию спектральной последовательности. С вычислительной точки зрения возникают некоторые новые аспекты, которые до конца не исследованы. Например, пусть на некотором топологическом пространстве X (как правило просто устроенном — в приложениях часто можно предполагать, что X является n -мерным параллелепипедом) задана непрерывная функция $f : X \rightarrow \mathbb{R}$, имеющая смысл некоторого физического поля. Тогда естественным образом возникает фильтрация X множествами экскурсий $X_a = \{p \in X | f(p) \leq a\}$. В этом случае персистентные гомологии позволяют оценить топологические характеристики множеств экскурсий в зависимости от их чувствительности к колебаниям значения a . При этом возникает вопрос об устойчивости персистентной диаграммы к малым возмущениям функции f (которая на практике задается лишь с некоторой погрешностью). Теорема устойчивости по отношению к возмущениям в L_∞ -норме была доказана в совместной работе Коэн-Штейнером, Эдельсбруннером и Харером, что дало обоснование для применения аппарата персистентных гомологий в приложениях. Мной (совместно с А.Абжановым) в случае кусочно линейного полиэдра X была разработана конструкция интегральных 0-персистентных диаграмм $IPD(f)$, которые кроме чисто топологической информации о динамике множеств экскурсий учитывают объемы компонент связности, т.е. геометрическую информацию о поле f . Показана устойчивость к L_∞ -возмущениям, и при дополнительных ограничениях на f было доказано соотношение

$$d(IPD(f), IPD(f + g)) \leq cVol(X)\|g\|_{L_1},$$

где $g \geq 0$, $Vol(X)$ — объем X , константа c не зависит от f, g и X , и d — расстояние «бутылочного горлышка». Также разработан алгоритм вычисления интегральных персистентных диаграмм.

Разработанные ранее численные алгоритмы вычисления топологических характеристик трехмерных тел при помощи дискретного обобщения теории Морса были применены для оценки свойств нефтегазовых коллекторов. (совместно с В.А. Байковым, И.А. Таймановым и А.А. Яковлевым).

2. Публикации.

2.1. Базайкин Я.В., Тайманов И.А. Об одном численном алгоритме вычисления топологических характеристик трехмерных тел // Журнал вычислительной математики и математической физики, 2013, 53, 4, 523-530.

2.2. Базайкин Я.В., Байков В.А., Тайманов И.А., Яковлев А.А. Численный анализ топологических характеристик трехмерных геологических

моделей нефтегазовых месторождений // Математическое моделирование, 2013, 25, 10, 19-31.

2.3. Базайкин Я.В., Богоявленская О.А. Полные римановы метрики с группой голономии G_2 на деформациях конусов над $S^3 \times S^3$ // Математические заметки, 2013, 93, 5, 645-657.

2.4. А.Е. Абжанов, Я.В. Базайкин. Устойчивость интегральных персистентных диаграмм. Сибирские электронные математические известия. 2013. В печати.

3. Участие в конференциях.

3.1. Международная конференция «Algebraic Topology and Abelian Functions», посвященной 70-летию В.М. Бухштабера, Москва, Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, 18-22 июня 2013, секционный доклад (совместно с О.А. Богоявленской).

3.2. II Международная конференция «Высокопроизводительные вычисления – математические модели и алгоритмы», посвященная Карлу Якоби, Калининград, Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта, 3-5 октября 2013, пленарный доклад (совместно с И.А. Таймановым).

4. Работа в научных центрах и международных группах.

5. Педагогическая деятельность.

Доцент Механико-математического факультета НГУ, лекционный курс «Дифференциальная геометрия», научное руководство 1 аспирантом и 3 студентами.