Калужина Наталья Сергеевна. Краткое изложение заявки

Темой моих научных исследований являются спектральная теория функций и асимптотическое поведение решений линейных дифференциальных уравнений. Опишем основные направления моих научных работ и направления будущих исследований. В статье А.Бёрлинга 1945 года было дано понятие спектра функции и доказана теорема о спектральных свойствах равномерно непрерывных ограниченных на вещественной оси комплексных функций. В одной из моих работ было получено обобщение теоремы Бёрлинга на класс функций из пространства непрерывных ограниченных функций, имеющих непустой дискретный спектр.

В дальнейших исследованиях удалось обобщить теорему Бёрлинга для функций из однородных пространств, определенных на локально-компактной абелевой группе и имеющих существенный спектр. В частности, доказана теорема, в которой установлено, что если непрерывный унитарный характер (экспонента, если группа совпадает с группой вещественных чисел) является существенной точкой спектра функции, то характер является с-пределом линейных комбинаций сдвигов рассматриваемой функции.

Также в моих исследованиях вводится специальный класс функций, играющих важную роль в исследовании асимптотических свойств решений дифференциальных уравнений. Эти функции были названы медленно меняющимися на бесконечности функциями. Примером медленно меняющейся на бесконечности функции из пространства равномерно непрерывных ограниченных комплексных функций, заданных на вещественной оси, является функция $x(t) = \sin(\ln(|t| + 1))$, $t \in \mathbb{R}$. Существенный спектр медленно меняющейся на бесконечности функции либо состоит из 0, либо пуст.

Приложение теории медленно меняющихся на бесконечности функций к стабилизации решений параболических уравнений получено в недавней статье, отправленной в печать. Отметим, что при доказательстве соответствующих утверждений о стабилизации решения существенно используются методы доказательства теоремы Бёрлинга. Также доказано, что для параболического уравнения с начальной функцией из однородного пространства слабое решение как функция первого аргумента является медленно меняющейся на бесконечности функцией.

Отметим некоторые направления будущих исследований:

1. Представляется перспективным приложение полученной теории к вопросу об асимптотическом поведении полугрупп операторов. На данный момент этот вопрос требует дальнейшего изучения. Рассмотрим дифференциальное уравнение вида: $\frac{dx}{dt} = Ax + f(t,x), t \in \mathbb{R}$, где A - генератор полугруппы класса C_0. Планируется получить следующий результат. Если функция f является исчезающей на бесконечности по времени t, когда x находится в некотором компакте, то любое слабое решение является медленно меняющейся на бесконечности функцией.

2. Планируется исследовать асимптотические свойства решений линейных дифференциальных уравнений в гильбертовом пространстве и понять, когда решение медленно меняется на бесконечности.