

Краткое изложение заявки Кривошеина Александра Владимировича

В последние годы активно изучаются фреймы всплесков, то есть системы представления, разложение по которым в отличие от базисов, не единственное. Общий принцип построения двойственных фреймов всплесков хорошо известен [A. Ron, Z. Shen, 1997], это так называемый *Mixed Extension Principle*. Однако на практике реализация этой схемы не всегда приводит к фреймам. Может оказаться, что полученные масштабирующая и всплеск-функции являются обобщенными. Недостаточно для фреймовости и попадания этих функций в пространство $L_2(\mathbb{R}^d)$, нужно, чтобы все всплеск-функции имели обнуляющиеся моменты, что особенно затрудняет построение в многомерном случае.

Отказавшись от фреймовости, при условии что обе масштабирующие функции принадлежат $L_2(\mathbb{R}^d)$, было показано, что полученные по *Mixed Extension Principle* системы всплесков – это системы представления в слабой топологии, а для некоторого класса функций имеет место разложение фреймового типа. Такие системы были названы *фреймоподобными*.

Далее была поставлена цель распространить понятие *фреймоподобной* системы и исследовать различные виды сходимости соответствующего *фреймоподобного* разложения и аппроксимационные свойства таких систем в самой общей ситуации. Установлено, что без каких либо дополнительных предположений двойственная система всплесков, построенная по *Mixed Extension Principle*, является *фреймоподобной* системой всплесков. При дополнительных предположениях (которые очень просто обеспечить, если при этом не надо бороться за фреймовость), устанавливается соответствующий порядок приближения *фреймоподобных* разложений. Эти результаты изложены в статье, написанной совместно с М. А. Скопиной [A. Krivoshein, M. Skopina, 2011].

Во многих прикладных исследованиях симметрия систем всплесков является желаемым свойством. Кроме того в многомерном случае требуются всплески, обладающие различными видами симметрии. Однако общих подходов в построении многомерных с различными видами симметрии систем всплесков, в частности фреймов, нет.

При отказе от фреймовости общая схема построения двойственных систем всплесков значительно упрощается и становится возможным предложить конструктивные методы построения симметричных/антисимметричных *фреймоподобных* систем всплесков для многомерного случая в общей ситуации с хорошими аппроксимационными свойствами.

Первые шаги в этом направлении уже сделаны. Были разработаны алгоритмы построения многомерных *фреймоподобных* систем, обладающих центральной симметрией/антисимметрией относительно целых/получелых точек. Результаты представлены на международной конференции "АНАМС" в Эдмонтоне, Канада, 25-28 Августа, 2011.

Направлением дальнейшего исследования является распространение полученных результатов на случай комплекснозначных функций. Также планируется дать полное описание всех симметричных относительно точки масштабирующих функций, с нужными свойствами. Кроме того, установить условия для обеспечения дополнительных свойств - моментов линейной фазы, а также построение масштабирующих функций с минимально возможным носителем.

Другим направлением является разработка алгоритмов построения многомерных *фреймоподобных* систем, обладающих иными видами симметрии для как можно большего класса матричных коэффициентов растяжения. В частности, в двумерном случае, обладающих осевой симметрией/антисимметрией, полной (4-fold) симметрией/антисимметрией и гексагональной (6-fold) на основании разработанного метода. А также поиск новых подходов к решению проблемы матричного расширения с симметрией.