Краткое содержание

Евгений Лохару

8 октября 2011 г.

В 1977 г. Кальдероном и Скоттом были введены специальные максимальные функции $M^b_{s,p}$ и $M^{\#}_{s,p}$, контролирующие гладкость. Они оказались хорошо приспособленными к описанию пространств Соболева и Гельдеровых классов (а также популярных у специалистов по уравнениям гидродинамики пространств Морри). Автором было доказано, что в терминах подобных максимальных операторов оказывается возможным получить интересное поточечное обобщение неравенства Гальярдо–Ниренберга, а также многие другие интерполяционные неравенства для производных. С максимальными операторами $M^b_{s,p}$ и $M^{\#}_{s,p}$ связывают соответствующие банаховы пространства $C^{\#}_{s,p,q} = \{f \in L^q | M^{\#}_{s,p} f \in L^q\}$ и $C^b_{s,p,q} = \{f \in L^q | M^b_{s,p} f \in L^q\}$. В монографии Р. Шарпли и Р.Девора некоторым косвенным образом доказывается, что при целых значениях параметра s эти пространства различны. Целью данного проекта является дальнейшие исследование максимальных операторов $M^b_{s,p}$ и $M^{\#}_{s,p}$ и соответствующих им банаховых пространств.

1. Прежде всего, планируется построить явный контрпример, который бы наглядно демонстрировал различие между операторами $M^b_{s,p}$ и $M^{\#}_{s,p}$. Кроме того, интересно получить интерполяционные оценки, связывающие нормы "несравнимых" максимальных функций $M^b_{s,p} f$ и $M^{\#}_{s,p} f$.

2. Планируется исследовать взаимосвязь пространств $C^{\#}_{s,p,q}$ и W^s_q для дробных значений параметра гладкости $s \in (0,1)$, а также выяснить характер предельного поведения соответствующих норм, при $s \to 1-$.

3. Хотелось бы найти простое описание пространств $C^{\#}_{s,p,q}$, которое позволило бы перенести теорию на случай произвольных метрических пространств с мерой.