КРАТКОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ ЗАЯВКИ

Новикова Ольга Викторовна

Нелинейные уравнения в частных производных, связанные с теорией солитонной математики

В настоящее время при исследовании прикладных задач во многих областях естествознания, все больше находят применение нелинейные модели, описывающие, как говорят "тонкие" эффекты. Это является одной из основных причин необходимости поиска новых методов решения таких моделей. Среди современных теорий, позволяющих решать подобные задачи, выделяются теория солитонов для нелинейных волн в диспергирующих средах и теория автоволновых процессов в активных средах с диффузией. Возможность описать явление с помощью солитонного уравнения таит в себе большие преимущества исследования в применении всего арсенала солитонной математики. Сюда входят: бесконечное число законов сохранения, наличие Лаксовой пары, связь Пенлеве уравнения в частных производных с системой обыкновенных дифференциальных уравнений, применение метода обратной задачи рассеяния, использование метода Хироты для построения n – солитонных решений, преобразования Бэклунда и др.

Тем, кто занимался решением задач на основе методов численного решения дифференциальных уравнений, хорошо знакомы проблемы, возникающие при интерпретации полученных результатов. Не всегда ясно, что порождает тот или иной наблюдаемый в численной модели эффект; то ли это физический эффект, то ли эффект дискретизации уравнений. Общий вывод, который можно извлечь из этого анализа: все больший интерес и вес приобретают аналитические методы, не сводящиеся к какой-либо форме теории возмущений. В процессе установления того, что теория (построенная модель) правильно описывает полученные экспериментальные факты или предсказывает новые, является построение решений уравнений математических моделей, предлагаемых данной теорией, и сравнение их с экспериментальными данными.

В процессе работы *получены следующие результаты*: 1) Рассмотрены операторные уравнения Лакса и нулевой кривизны, где в качестве оператора L взят как самосопряженный оператор Дирака. Доказано, что существуют операторы A такие, что замыкание $AL - LA$ представляет простое умножение и, следовательно, операторные уравнения дают нелинейные дифференциальные уравнения в частных производных, обладающие парой Лакса. 2) Сделана успешная попытка использования несамосопряженных операторов в операторных уравнениях Лакса и нулевой кривизны. Получены нетривиальные уравнения в частных производных. 3) Получено 2+1 – мерное дифференциальное уравнение в частных производных из операторного уравнения Лакса.

Проект будущих исследований: 1) На основе пары Лакса с дифференциальными операторами с матричными коэффициентами 2x2, 3x3 получить математические модели, описывающие локальные явления. 2) Получить 2+1 – мерные математические модели на основании пары Лакса, когда оператор L параметрически зависит от дополнительных переменных, дифференцирование по которым входит в оператор A, но не входят в оператор L. 3) Продолжить исследования уже полученных 2+1 – мерных уравнений. Для этих уравнений провести анализ на наличие свойств присущих уравнениям солитонного типа: изучить $L - A$ – пару и модернизировать метод обратной задачи рассеяния для 2+1 – мерного случая. 4) Рассмотреть другие операторные структуры вида dL/dt= AL – LA* (*– обозначает комплексное сопряжение), dL/dt= AL – LA+P(L) (P – алгебраическая функция). 5) Рассмотреть возможность расширения класса новых нелинейных уравнений в частных производных, полученных из перечисленных операторных структур, но с несамосопряженным оператором L. 6) Исследование возможности получения точных решений, счетного числа первых интегралов и доказательство интегрируемости полученных моделей. 7) Получение и исследование уравнений в частных производных с использованием операторного уравнения $dL/dt = AL - LA + P(L)$ (P – алгебраическая функция), для которого нарушается принцип изоспектральной деформации. 8) По полученным дифференциальным уравнениям произвести классификацию процессов, дающих понимание их сущности и анализ взаимозависимости отдельных параметров, входящих в модель. 9) Применить к полученным моделям методы солитонной математики. 10) Сопоставить теоретические результаты с экспериментальными данными, если таковые будут иметь место. 11) Провести полное исследование свойств и отыскание точных решений, для предельных значений параметров, входящих в уравнения. 12) Для уже найденных нами уравнений планируется использовать алгоритмы и программы численного решения.