

Краткое изложение заявки проекта Щербакова Александра Олеговича

Целью моих исследований является изучение спектральных свойств одномерного несамосопряженного оператора Дирака с комплекснозначным периодическим периода π потенциалом из $L^2_{loc,\pi}(\mathbb{R}, \mathbb{C}^2)$ и несамосопряженного оператора Шредингера с комплекснозначным периодическим периода π сингулярным потенциалом, а именно с потенциалом $v \in H^{-1}_{loc,\pi}(\mathbb{R})$ вида $v = q'$, $q \in L^4_{loc,\pi}(\mathbb{R})$.

В качестве метода исследования выбран метод подобных операторов. В моих работах метод был адаптирован для изучения операторов, близких к операторам Дирака и Шредингера, разработан алгоритм исследования. Основная идея метода состоит в следующем. Пусть A — линейный хорошо изученный оператор, действующий в банаховом пространстве \mathcal{X} (он обычно называется невозмущенным оператором), и B — другой оператор, который в некотором смысле ”мал” по сравнению с A . При определенных условиях естественно ожидать, что оператор $A - B$ подобен оператору $A - B_0$, где B_0 имеет несложную по отношению к A структуру. Процедура построения оператора B_0 и оператора преобразования оператора $A - B$ в $A - B_0$ тесно связана с гармоническим анализом линейных операторов из некоторого пространства возмущений оператора A , которому принадлежит и B . Таким образом, суть метода подобных операторов состоит в преобразовании подобия исследуемого (возмущенного) оператора в оператор, спектральные свойства которого близки к спектральным свойствам невозмущенного оператора.

На данный момент получены следующие результаты:

- асимптотика собственных значений и оценки равномерности спектральных разложений оператора Дирака, определенного на конечном промежутке $[0, \pi]$, с периодическими и антипериодическими граничными условиями;
- формула регуляризованного следа для оператора Дирака, определенного на конечном промежутке $[0, \pi]$, с периодическими, антипериодическими граничными условиями, а также условиями Дирихле;
- конкретные оценки длин зон неустойчивости (спектральных лагун) оператора Дирака, определенного на всей оси, в зависимости от гладкости потенциала;
- асимптотика собственных значений и оценки равномерности спектральных разложений оператора Шредингера с сингулярным потенциалом, определенного на конечном промежутке $[0, \pi]$, с квазипериодическими граничными условиями.

В дальнейшем планируется провести следующие исследования:

- получить асимптотику собственных значений и оценки равномерной сходимости спектральных разложений для оператора Шредингера с сингулярным потенциалом, определенного на конечном промежутке $[0, \pi]$, с краевыми условиями Дирихле;
- получить формулу регуляризованного следа для оператора Шредингера, определенного на конечном промежутке $[0, \pi]$, с квазипериодическими граничными условиями, а также условиями Дирихле;
- перенести результаты об асимптотике собственных значений и равномерной сходимости спектральных разложений для оператора Шредингера с конечного промежутка на всю ось;
- получить асимптотику собственных значений и оценки равномерной сходимости спектральных разложений оператора Дирака, определенного на конечном промежутке $[0, \pi]$, для всех квазипериодических граничных условий;
- получить формулу регуляризованного следа оператора Дирака, определенного на конечном промежутке для всех квазипериодических краевых условий;
- перенести результаты об асимптотике собственных значений и равномерной сходимости спектральных разложений для оператора Дирака с конечного промежутка на всю ось.