План научных исследований.

Планируется вести исследования в трёх направлениях: доказательства новых аналогов теорем Майзеля и Плисса, эквивалентность сублинейного отслеживания структурной устойчивости, обратное отслеживание для потоков.

Задача об отслеживании приближенных траекторий (псевдотраекторий) динамических систем точными траекториями – одна из интенсивно изучаемых задач современной глобальной теории динамических систем (см., например, монографии).

В последнее время не меньшее внимание уделяется задаче об обратном отслеживании, в которой фиксируется класс методов, порождающих псевдотраектории, и ставится вопрос о том, можно ли аппроксимировать любую точную траекторию траекторией любого метода из данного класса. В частности, интересны связи свойств отслеживания и структурной устойчивости.

Хорошо известно, что структурно устойчивая система (то есть либо поток, либо диффеоморфизм замкнутого многообразия) обладает свойствами отслеживания, и при этом эти свойства липшицевы. Совсем недавно было показано, что из наличия свойства липшицева отслеживания у динамической системы следует структурная устойчивость системы. Для дискретных динамических систем существует понятие обратного отслеживания, причём известно, что оно эквивалентно структурной устойчивости.

Важным шагом в доказательстве этих результатов является применение теоремы Плисса. Она утверждает, что если неоднородная система линейных разностных уравнений на $\mathbb{Z}$ для любой ограниченной неоднородности имеет ограниченное решение, то эта система обладает определенными свойствами гиперболичности. На самом деле теорема Плисса существует в опубликованном виде только для систем дифференциальных уравнений на прямой. С теоремой Плисса также связана теорема Майзеля, которая при похожих условиях утверждает наличие некоторых свойств гиперболичности для разностных уравнений, но уже на $\mathbb{Z}^+$. Её доказательство также существует в опубликованном виде лишь для систем дифференциальных уравнений на полупрямой. Планируется доказательство дискретных аналогов (для разностных, а не дифференциальных уравнений) этих теорем для случая пространств, отличных от пространства ограниченных последовательностей, в частности, для пространств сублинейного роста и сублинейного убывания. То есть планируется получить теорему вида "если неоднородная система линейных разностных уравнений на $\mathbb{Z}$ (или $\mathbb{Z}^+$) для любой слабо убывающей (слабо растущей) неоднородности имеет слабо убывающее (слабо растущее) решение, то эта система обладает определенными свойствами гиперболичности". Бесконечномерные аналоги теорем Майзеля и Плисса используются также в задачах, связанных с уравнениями в частных производных, поэтому планируется связять сублинейные аналоги дискретных теорем с развитой теорий фредгольмовых операторов.

Будем называть d-псевдотраекторией динамической системы, порождённой гомеоморфизмом f метрического пространтсва M последовательность $\{x_k\}_{k\in\mathbb{Z}}$ точек M, для которой выполнены неравенства $\mathrm{dist}(x_{k+1}, f(x_k)) < d$ при целых k. Говорят, что гомеоморфизм f обладает свойством отслеживания, если для любой d-псевдотраектории $\{x_k\}_{k\in\mathbb{Z}}$ существует настоящая траектория $\{f^k(p)\}$, близкая к ней: $\mathrm{dist}(x_k, f^k(p)) < d$ при целых k. Можно рассматривать и другие свойства отслеживания, в частности, можно сузить понятие псевдотраектории и сделать более жёстким условие на близость настоящей траектории к исходной последовательности. Планируется доказать эквивалентность полученного таким образом сублинейного свойства отслеживания и структурной устойчивости.

Планируется также вветси аналог понятия обратного отслеживания для случая потоков и исследовать его связь со структурной усточйвостью потока. Это представляется крайне непростой задачей, так как для потоков не существует аналога теорема Манэ, используемой при доказательстве многих результатов, связанных с отслеживанием в случае диффеомеорфизмов.