1. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ НА МОМЕНТ-УГОЛ-МНОГООБРАЗИЯХ: КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ ЗАЯВКИ

Изучение действий групп на топологических пространствах вообще и на многообразиях в частности является классической и очень обширной областью алгебраической топологии. В последние десятилетия особый интерес к пространствам с действием торов T^m обусловлен взаимным проникновением идей и методов большого числа различных разделов математики: теории кобордизмов, комбинаторики, коммутативной алгебры, эквивариантной топологии, алгебраической и симплектической геометрии. В духе развития связей между описанными областями и представлен настоящий проект.

Основным объектом нашего исследования являются *момент-угол-комплексы* $\mathcal{Z}_K$. Они параметризуются симплициальными комплексами K и допускают естественное действие тора T^m. Первоначальная конструкция момент-угол-комплексов восходит к работе Дэвиса–Янушкевича, в которой с их помощью был определен важный класс *квазиторических многообразий.* В последствии в работе Бухштабера и Панова пространства $\mathcal{Z}_K$ были описаны, как результаты склейки блоков $(D^2)^k \times T^{m-k}$. При этом различные комбинаторные свойства комплекса K оказываются тесно связаны с топологией соответствующего пространства. В частности, было известно, что $\mathcal{Z}_K$ — гладкое многообразие, если комплекс K двойственен границе простого многогранника, и просто топологическое многообразие, если K — триангуляция сферы.

В совместной работе Устиновского и Панова удалось показать что, если Σ — полный симплициальный веер, K_Σ — соответствующий симплициальный комплекс, то $\mathcal{Z}_{K_\Sigma}$ —гладкое многообразие. Если, кроме того, размерность многообразия $\mathcal{Z}_{K_\Sigma}$ четна, то момент-угол-комплекс $\mathcal{Z}_{K_\Sigma}$ допускает структуру компактного некэлерова комплексного многообразия. Более того, тесная связь с классическими торическими многообразиями X_Σ позволяет провести вычисления важных характеристик построенных комплексных структур на многообразиях $\mathcal{Z}_{K_\Sigma}$ — чисел Ходжа.

Дальнейшую работу планируется продолжить по нескольким направлениям.

1. Построение гладких структур на момент-угол-многообразиях $\mathcal{Z}_K$, отвечающих, произвольным триангуляциям сфер K. Прогресс в этой задаче будет иметь важные приложения сразу в нескольких областях. Ожидается, что ее решение позволит
   a) при помощи конструкции Дэвиса–Янушквича по каждой PL-сфере K и некоторым дополнительным геометрическим данным Λ построить новое квазиторическое *орбиобразие* $M(K, \Lambda)$
   b) для изучения кольца всех симплициальных сфер (относительно операций формальной суммы и джойна) применить методы теории кобордизмов к соответствующим квазиторическим орбиобразиям (характеристические числа, роды Хирцебруха)
   c) получить эффективные методы вычисления характеристических чисел и классов кобордизма квазиторических (в том числе классических торических) многообразий при помощи формул локализации и техники комбинаторной PL-геометрии (звездные подразбиения, бизвездные преобразования). Последнее, в свою очередь, даст метод для построения новых явных образующих кольца комплексных кобордизмов.
2. Изучение комплексной геометрии многообразий $\mathcal{Z}_{K_\Sigma}$: определение степени трансцендентности поля мероморфных функций, размерности пространства голоморфных векторных полей, размерности пространства деформаций введенных комплексных структур.
3. Анализ полученной модели для вычисления когомологий Дольбо $H^{*,*}_{\bar\partial}(\mathcal{Z}_{K_\Sigma})$ и ее связи с Tor-алгеброй кольца Стенли-Райснера — модели для обычных когомологий пространств $\mathcal{Z}_{K_\Sigma}$.

Заявка Ю. М. Устиновского на конкурс фонда Дмитрия Зимина «Династия».