

РЕШЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ СИСТЕМ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Ю.Ю. Багдерина

Краткое изложение заявки

Объектом исследования данного проекта являются системы уравнений Лагранжа, число степеней свободы которых равно двум, трем и $n < \infty$, а также гамильтоновы системы с двумя степенями свободы. Такие системы часто возникают в различных задачах механики и математической физики. Прежде чем интегрировать подобные системы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), имеет смысл проверить, не сводятся ли они некоторой заменой переменных к какой-либо системе, решение которой уже известно. Либо, наоборот, к системе, для которой установлено, что она является неинтегрируемой.

Одна из основных задач теории эквивалентности дифференциальных уравнений состоит в том, чтобы для данного ОДУ, принадлежащего определенному классу уравнений, найти другое ОДУ (с известным решением) из того же класса, которому оно эквивалентно относительно некоторой замены переменных. После того как установлено, что два уравнения эквивалентны, следующей задачей является нахождение связывающего их преобразования.

Обе эти задачи могут быть решены с помощью инвариантов группы преобразований эквивалентности рассматриваемого класса уравнений, поскольку если два уравнения эквивалентны, то все их инварианты попарно равны друг другу. Также инварианты являются эффективным средством доказательства неэквивалентности уравнений. Например, при доказательстве неприводимости системы к натуральному виду или к системе с разделяющимися уравнениями, к системе Лиувилля и т.п.

Данный проект направлен на решение следующих задач:

- 1) Решение проблемы эквивалентности для системы с двумя степенями свободы в наиболее общем случае, с единственным ограничением на форму зависимости лагранжиана от переменных \dot{q}_i в виде неравенства $L_{\dot{q}_1 \dot{q}_1} L_{\dot{q}_2 \dot{q}_2} - L_{\dot{q}_1 \dot{q}_2}^2 \neq 0$;
- 2) Решение аналогичной задачи в случае трех степеней свободы;
- 3) Распространение полученных результатов на случай n степеней свободы;
- 4) Построение дифференциальных инвариантов некоторых подгрупп группы преобразований эквивалентности гамильтоновой системы с двумя степенями свободы.