

АННОТАЦИЯ

Борисов Денис Иванович

Асимптотический анализ возмущённых эллиптических краевых задач

Заявка на участие в конкурсе фонда "Династия" для молодых математиков

Программа 2, подпрограмма 2.2

Основным содержанием настоящего проекта является изучение асимптотических свойств решений эллиптических уравнений в неограниченных областях с различными возмущениями. Будут рассмотрены

- эластичные волноводы с концентрированными массами на границе;
- модели "скрученных" волноводов;
- гамильтонианы с малыми случайными возмущениями произвольной структуры;
- вопросы открытия лакун в зонных спектрах периодических операторов.

В первой части проекта рассматриваются модели эластичных волноводов с большим количеством периодически расположенных концентрированных масс на границе. Предполагается проведение усреднения таких моделей и доказательство теорем сходимости. Сходимость предполагается установить в равномерной операторной норме для соответствующих операторов. Будут также получены оценки скорости сходимости. Планируется обсудить вопросы построения граничных корректоров, применение которых позволяет улучшить скорости сходимости. Помимо исследования резольвенты, будет описано асимптотическое поведение законов дисперсий возмущённого оператора.

Во второй части будут исследованы "скрученные" квантовые волноводы. Речь идет о моделях волноводов с комбинацией граничных условий Дирихле и Неймана, которые заданы на множествах, центрально-симметричных относительно центра волновода. Здесь будут исследованы две задачи. Первая из них состоит в детальном описании дискретного спектра в зависимости от конфигурации граничных условий. Во второй задаче будет изучаться случай тонкого "скрученного" волновода. Здесь планируется исследовать равномерную резольвентную сходимость для такого оператора и выяснить вид эффективного оператора.

В третьей части проекта будут рассматриваться периодические операторы со малыми случайными возмущениями произвольной структуры. Возмущения будут задаваться абстрактными операторами с минимальным набором требований для них. Цель исследований – изучить сдвиг нижней границы спектра, порождаемый возмущениями. Здесь будут получены условия, с вероятностью один гарантирующие сдвиг вверх либо вниз нижней границы спектра, и будут установлены асимптотические оценки величины сдвига.

В четвертой части проекта будут построены примеры периодических дифференциальных операторов таких, что в их зонном спектре имеются лакуны, причём края этих лакун достигаются зонными функциями при значениях квазиимпульса, не лежащих на краях и в центре зоны Бриллюэна. Оператором в таком примере будет дифференциальный оператор в некоторой евклидовой области.