

Геометрия специальных римановых многообразий

Д. В. Егоров

Краткое изложение заявки

Данный проект посвящен изучению эйнштейновых многообразий, а именно римановых многообразий с группой голономии $SU(n)$ и $Spin(7)$. С математической точки зрения, данные многообразия интересны как примеры пространств со специальной группой голономии; с другой стороны они востребованы в современной теоретической физике.

Первая часть проекта посвящена многообразиям с группой голономии $SU(n)$ или многообразиям Калаби–Яу.

Концевичем была высказана гипотеза о категорной зеркальной симметрии пространств Калаби–Яу, суть которой очень грубо можно передать как эквивалентность комплексной и симплектической геометрий.

Известно, что при помощи кэлерова потенциала и дифференциальных операторов, связанных с комплексной структурой, можно локально восстановить кэлерову (симплектическую) структуру. Мы предлагаем зеркально отразить данное построение для 3-многообразий и доказать, что существует некоторый аналог кэлерова потенциала (вещественная функция), при помощи которого и дифференциальных операторов, связанных с симплектической структурой, можно локально восстановить комплексную структуру.

Любопытным будет также установить к какому функциональному пространству принадлежит новый потенциал. Напомним, что кэлеров потенциал является плюрисубгармонической функцией.

Вторая часть проекта направлена на исследование римановых многообразий с группой голономии $Spin(7)$. Мы предполагаем доказать, что они обладают октонионно-кэлеровой структурой, а также исследовать возможные следствия.

Определение октонионно-кэлеровых многообразий в общем повторяет определение кватернионно-кэлеровых, а именно заключается в существовании глобально параллельного расслоения почти комплексных структур, при существенном изменении — это наличие неассоциативного умножения почти комплексных структур, отличного от их композиции.

Предполагаемые результаты позволяют частично объяснить существование группы $Spin(7)$ в классическом списке Берже.