

М. Х. Файзрахманов
Вычислимые модели и спектры абелевых групп

Краткое изложение

Проект предполагается посвятить исследованию вычислимых абелевых групп. Целью проекта является получение критериев конструктивизируемости абелевых групп специального вида, а также описание спектров их степеней. Планируется решение следующих вопросов:

1. *Описание вычислимых редуцированных абелевых p -групп произвольной длины Ульма.*

Соответствующее описание было получено Хисамиевым (1998) в терминах предельно монотонных функций для редуцированных абелевых p -групп длины меньшей ω^2 . Для групп, длиной которых является произвольный конструктивный ординал, вопрос был поставлен в работе Доуни (2010).

2. *Построение почти вычислимой абелевой группы, не являющейся равномерно почти вычислимой.*

Первые примеры почти вычислимых, но не вычислимых алгебраических систем были построены независимо Вехнером и Сламано (1998). Эти структуры обладают свойством равномерной почти вычислимости, а именно, по каждой степени, принадлежащей их спектрам, можно равномерно получить конструктивизации этих систем. Существование почти вычислимых, но не равномерно почти вычислимых алгебраических систем было установлено Калимуллиним и Чимой (2010). Вопрос о существовании подобной абелевой группы остается открытым. В частности планируется решить, могут ли почти вычислимые прямые суммы циклических p -групп не быть равномерно почти вычислимыми.

3. *Решение вопроса об отделимости пар тьюринговых степеней спектрами прямых сумм циклических p -групп.*

В работе Калимуллина (2008) было установлено, что для каждой ненулевой тьюринговой степени \mathbf{a} существует такая несравнимая с ней степень \mathbf{b} , что для произвольного множества S если \mathbf{a} принадлежит спектру группы $A_p(S) = \bigoplus_{n \in S} \mathbb{Z}_{p^n}$, то \mathbf{b} так же принадлежит спектру $A_p(S)$. Представленный проект направлен, в частности, на решение вопроса о возможной симметризации этого отношения, а именно, на решение вопроса о существовании таких несравнимых тьюринговых степеней \mathbf{a} и \mathbf{b} , что для произвольного множества S степень \mathbf{a} принадлежит спектру $A_p(S)$ в том и только в том случае, если \mathbf{b} принадлежит спектру $A_p(S)$.

4. *Нахождение новых классов тьюринговых степеней, инвариантных относительно спектров абелевых групп $A_p(S)$, где $S \in \Sigma_2^0$.*

В частности, планируется проверить, верно ли что дополнение класса

$$GL_2 = \{\mathbf{a} : \mathbf{a}'' = (\mathbf{0}' \cup \mathbf{a})'\}$$

содержится в спектре каждой группы $A_p(S)$, где $S \in \Sigma_2^0$, что будет обобщением совместного результата соискателя и И. Ш. Калимуллина (2011) об инвариантности класса GH_1 относительно приведенных спектров. Положительное решение этого вопроса позволит охарактеризовать 2-низкие степени ниже $\mathbf{0}'$ в терминах спектров степеней прямых сумм циклических p -групп.