

Александр Валерьевич Грешнов. «Теоремы существования и регулярности в некоммутативном геометрическом анализе». Краткое изложение заявки.

Развитие квазиконформного анализа и теории уравнений в частных производных естественным образом привело к постановке задач о регулярности решений субэллиптических уравнений и к вопросам существования равномерных, NTA -областей, областей, удовлетворяющих условиям внутренней и внешней спиралей одновременно, на пространствах Карно — Каратеодори M , в частности, на группах Карно G с метрикой Карно — Каратеодори ρ_c . Наличие примеров таких областей важно с точки зрения содержательности теории. В работах автора были разработаны оригинальные методы построения ограниченных равномерных и NTA -областей на 2-ступенчатых группалгебрах Карно, неограниченных равномерных областей на общих группалгебрах Карно, ограниченных областей, удовлетворяющих условиям внутренней и внешней спиралей одновременно, для достаточно широкого класса метрических пространств, включающего в себя (G, ρ_c) . В том числе было доказано, что шар в метрике ρ_c на общих группалгебрах Гейзенберга является равномерной областью в геометрии Карно — Каратеодори. Доказательство этого факта основано на свойствах регулярности соответствующих cc -кратчайших и топологической коразмерности множества точек, которые соединяются с единицей группалгебры Гейзенберга более, чем одной кратчайшей. В рамках проекта предполагается доказать существование ограниченных равномерных областей на m -ступенчатых группалгебр Карно, $m > 2$ и получить теоремы регулярности их cc -кратчайших.

Другое направление предполагаемых исследований связано с изучением квазипространств (O, d_{cc}) с квазиметриками d_{cc} , определенными на областях $O \subset \mathbb{R}^N$ при помощи базисных векторных полей различной степени гладкости; их частный случай — эквирегулярные пространства Карно — Каратеодори. Квазипространства (O, d_{cc}) имеют широкое применение в теории уравнений в частных производных, квазиконформном анализе, геометрической теории меры. В настоящее время многими математиками интенсивно изучаются вопросы о том, при каких минимальных предположениях на гладкость базисных векторных полей будут иметь место основополагающие свойства квазипространств (O, d_{cc}) , важные для приложений, — теоремы Рашевского — Чоу, Vall-Box, теорема о существовании однородной нильпотентной аппроксимации исходных базисных векторных полей, локальная аппроксимационная теорема о сравнении (квази)метрик исходного пространства и его нильпотентного касательного конуса. Также является актуальным нахождение подходящих аналогов понятию коммутатора и условию Хермандера в случае, когда векторные поля имеют малую гладкость, или вообще негладкие. В работах автора в этом направлении были получены результаты в случае, когда базисные векторные поля класса C^2 или канонические класса C^1 , также на квазипространствах достаточно общего типа был введен аналог сходимости по Громову — Хаусдорфу и доказан аналог теоремы Митчелла о касательном конусе для компактных квазипространств с квазиметриками d_{cc} , построены примеры негладких квазипространств Карно — Каратеодори. В рамках проекта предполагается обобщить эти результаты для базисных векторных полей гладкости C^1 и ниже. Полученные результаты предполагается применить в теории субэллиптических уравнений и квазиконформном анализе.