Краткое изложение заявки «Развитие численных методов для моделирования волновых процессов»

Лисица Вадим Викторович

Направление проводимых исследований – развитие численных методов решения уравнений математической физики, в частности гиперболических уравнений с приложениями к геофизическим исследованиям земной коры. Основным методом, используемым для расчета волновых сейсмических полей в настоящее время являются конечные разности, поскольку сочетают в себе высокую эффективность и приемлемую, для данного класса задач, точность. В данном направлении автором получено несколько результатов.

- Развитие подхода спектрально-согласованных сеток. Шаги сетки строятся из условия наилучшей аппроксимации оператора Пуанкаре-Стеклова. Данный подход весьма успешно применяется авторами для задач ограничения расчетной области, когда интерес представляет лишь решение на границе целевая область – окаймляющий нефизичный слой. Применение спектрально-согласованных сеток позволяет сократить число точек в окаймляющем слое до трех – пяти в отличие от 30 -50 при равномерной дискретизации.

- Многомасштабные задачи. Данный класс задач возникает при моделировании волновых полей в средах, содержащих включения субсейсмического размера, например системы трещин и/или каверн. Для проведения такого моделирования разумным является локальный выбор шага, такой, что детальная дискретизация применяется лишь в области скопления микронеоднородностей, а в остальной части модели шаг выбирается достаточно грубым (10-30 точек на длину волны). Разработанный алгоритм локального пространственно-временного измельчения сеток был удостоен первого места в конкурсе Intel/Роснано в области высокопроизводительных вычислений в 2010 году.

Планируемые исследования - разработка и реализация алгоритмов, ориентированных на решения вполне определенного класса задач. При этом предполагается использование современного аппарата численных методов. Моделирование волновых процессов в средах, содержащих анизотропные включения. Здесь предполагается использование различных конечно-разностных схем в различных подобластях модели, что приводит к задаче из класса multi-physics в силу особенностей используемых схем. Учет топографии. Здесь основной интерес представляет разработка гибридного алгоритма, объединяющего метод discontinuous Galerkin для дискретизации приповерхностной части модели и метода конечных разностей для основной части расчетной области.

Развитие численных методов и методов гомогенизации. В области, содержащей микронеоднородные включения, вводится достаточно грубая регулярная сетка. На этой сетке выписывается формальная конечно-разностная схема, возможно аппроксимирующая систему уравнений более широкого класса, чем исходная. Далее в каждой ячейке решается полная задача (задача Неймана). После чего, потребовав, чтобы конечно-разностное решение являлось проекцией на старшие собственные функции полной задачи (постоянные функции) можно однозначно восстановит эффективные параметры макро-модели для поставленной конечно-разностной формулировки. Перейти к использованию подпространства, натянутого на более широкий набор собственных функций дифференциального оператора, то задачу можно переформулировать задачу в терминах метода конечных элементов. Далее предлагается в качестве базисных функций для метода конечных элементов выбирать не проекцию на старшие собственные вектора задачи, а использовать подход аналогичный спектрально-согласованным сеткам, то есть строить рациональную аппроксимацию решения (мероморфной функции), восстанавливать конечномерный оператор, соответствующий аппроксимации и в качестве базисных функций выбирать уже его собственные вектора. По имеющимся оценкам подобный метод может обеспечить вплоть до экспоненциальной сходимости по размерности подпространства.