

Коммутирующие дифференциальные операторы и их приложения

А.Е. Миронов

Краткое изложение заявки

Данный проект посвящен изучению коммутирующих дифференциальных операторов, их дискретных аналогов, а также применению теории интегрируемых систем в дифференциальной геометрии и квантовой механике.

Методами конечнозонного интегрирования (в основе которых лежат коммутирующие дифференциальные операторы) проинтегрированы многие важные нелинейные уравнения такие как уравнение Кортвега-де Фриза, Кадомцева-Петвиашвили (КП), \sin -Gordon и др. Если обыкновенные дифференциальные операторы коммутируют, то их совместные функции параметризуются точками алгебраической кривой (спектральной кривой). В случае операторов ранга 1 (ранг — это размерность пространства собственных функций при фиксированных собственных значениях) совместная собственная функция (функция Бейкера–Ахиезера) найдена И.М. Кричевером и коэффициенты операторов находятся по этой функции. В случае операторов ранга $l > 1$ функция Бейкера–Ахиезера не находится в явном виде. Это является основной трудностью при исследовании операторов высокого ранга, а также при построении решений высокого ранга уравнений математической физики таких как КП или 2D-цепочки Тоды. Методом деформации параметров Тюринга С.П. Новиков и И.М. Кричевер нашли все операторы ранга 2, отвечающие кривой рода 1. О.И. Мохов нашел операторы ранга 3, также отвечающие кривой рода 1. Основной результат, который получен нами в этой области заключается в следующем. Мы нашли примеры операторов ранга 2, отвечающие спектральной кривой рода $g > 1$. В частности, среди них имеются операторы с полиномиальными коэффициентами, которые задают коммутативные подалгебры в алгебре Вейля A_1 .

В рамках этого проекта мы предполагаем продолжить изучение коммутирующих дифференциальных и разностных операторов, а также применить методы интегрируемых систем в дифференциальной геометрии и квантовой механике, в частности, к изучению интегрируемых геодезических потоков (в магнитном поле и без него) на двумерном торе и к изучению нерелятивистского магнитного оператора Паули без электрического поля.