Заявка (Summary)

Скороходов В.А.

Ориентированные графы (взвешенные и обыкновенные) стали мощным средством анализа и моделирования различных прикладных задач. При этом, обычно на графе решаются задачи о достижимости (т.е. существует ли путь из вершины в вершину? и если существует несколько путей, то какой из них кратчайший), задача о случайном блуждании частицы на орграфе с заданными на дугах вероятностями (Марковский процесс), а так же потоковая задача. Перечисленные задачи (в классической постановке, т.е. когда все дуги являются равноправными, а все пути допустимыми) хорошо изучены и являются широко применимыми в различных областях.

В качестве примера рассмотрим так называемую смешанную достижимость. На множестве дуг графа выделено подмножество так называемых запретных дуг. Допустимыми путями на графе считаются пути, не проходящие более одного раза подряд по запретным дугам. Ясно, что при этом для путей на графе пропадает транзитивное свойство, перестает быть справедливым и утверждение о том, что любой отрезок кратчайшего пути является кратчайшим путем между соответствующими вершинами. Из-за этого перестает работать алгоритм нахождения кратчайших путей. Если рассматривать задачу о случайном блуждании частицы по графу с такой достижимостью, то она не является марковской, так как возможные переходы частицы из вершины в вершину определяются не только заданными на дугах вероятностями, но зависят от предыстории частицы (по дуге какого типа она пришла в вершину). Для задачи о максимальном потоке в сети наблюдается тоже явление – не все определяется только пропускными способностями дуг, но существенным становится взаимное расположение запретных и обычных дуг.

Характерной особенностью задач на графах с нестандартной достижимостью является неприменимость напрямую классических алгоритмов, поскольку все они предполагают, что все возможные пути на графе являются допустимыми. Это относится и к задаче о кратчайших путях и к задаче о случайных блужданиях по графу и к задаче о максимальном потоке в сети. Графы с нестандартной достижимостью – первый известный пример, когда мультиграфы (графы с кратными дугами) приходится рассматривать по существу, т.е. когда задача, исходно поставленная на мультиграфе, не может быть просто сведена к задаче на обычном графе заменой кратных дуг кратчайшей из них в задаче о кратчайших путях или дугой суммарной пропускной способности в потоковых задачах. Это связано с тем, что кратные дуги могут быть разных типов.

Кроме этого, для задачи о максимальном потоке в сети с нестандартной достижимостью вообще говоря не выполняется теорема Форда и Фалкерсона о том, что величина максимального потока в сети равна пропускной способности минимального разреза. Более того, можно показать, что любой алгоритм нахождения такого потока будет *np*-сложным.

В процессе выполнения работ по проекту предполагается получить следующие результаты:

1) изучить новые классы условий, аналогичных ограничениям на достижимость. В качестве таких условий предполагается рассмотреть зависимость от времени длительности прохождения по дуге;

2) разработать общий подход к решению задач о достижимости и о случайном блуждании, а так же потоковой задачи на ориентированных графах с зависимостью от времени длительности прохождения по дуге;

3) получить точные оценки (сверху и снизу) величины максимального потока в сети с нестандартной достижимостью;

4) исследовать вопрос об эйлеровости графов с нестандартной достижимостью с формулировкой и доказательством соответствующего критерия;

5) исследовать вопрос о двойственности для классических задач на графах с нестандартной достижимостью.