

Теоретико–числовые распределения: от $SL_2(\mathbb{Z})$ к $SL_3(\mathbb{Z})$

А. В. УСТИНОВ
(краткое изложение заявки)

$SL_2(\mathbb{Z})$: проведенные исследования

Разработан подход к решению задач, сводящихся к уравнению $ad - bc = N$. Он основан на использовании цепных дробей, оценках сумм Клостермана и методе ван дер Корпута оценки тригонометрических сумм. Этот метод позволил решить ряд задач из теории чисел, анализа алгоритмов и статистической физики. В качестве ответов получались традиционные, нетрадиционные, а иногда и неожиданные вероятностные распределения. В частности, изучены метрические свойства конечных цепных дробей и решена задача Арнольда о статистиках Гаусса-Кузьмина, изучены (совм. с Быковским) статистические свойства траекторий частиц в двумерных кристаллических решетках, решена задача Арнольда о слабой асимптотике для чисел Фробениуса от трех аргументов и найдена плотность распределения чисел Фробениуса от трех аргументов, получены новые асимптотические формулы для первого и второго моментов числа шагов в алгоритме Евклида, выполнен анализ быстрых вариантов алгоритма Евклида, изучено распределение векторов в приведенных базисах двумерных решеток.

$SL_3(\mathbb{Z})$: проект будущих исследований

В предлагаемом проекте главное внимание планируется уделить задачам, связанным с уравнением $\det A = N$, где $A \in SL_3(\mathbb{Z})$. Вместо цепных дробей будут использоваться b[трехмерные обобщения, предложенные Вороным и Минковским. Роль сумм Клостермана будут играть более сложные тригонометрические суммы, для которых также известны нетривиальные оценки (Линник — Скубенко, Бамп — Фридберг — Гольдфельд, Дьюк — Рудник — Сарнак). На их основе планируется создание аналитического аппарата для решения задач на трехмерных решетках и его применение в теории чисел, анализе алгоритмов и статистической физике. В частности, предполагается изучить структуру локальных минимумов трехмерных решеток, описать их характеристики, аналогичные статистикам Гаусса — Кузьмина, исследовать статистические свойства траекторий частиц в трехмерных кристаллических решетках, изучить распределение векторов в трехмерных приведенных базисах, построить новые методы анализа эффективности теоретико–числовых алгоритмов.

Будут также продолжены исследования двумерных задач.