

КРАТКОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ ЗАЯВКИ П.А.ЯСЬКОВА ПО ПРОЕКТУ
«СТОХАСТИКА В ТЕОРЕМАХ И ЗАДАЧАХ И СТАТИСТИКА ДАННЫХ ВЫСОКИХ
РАЗМЕРНОСТЕЙ».

Настоящее исследование состоит из двух частей:

- I. написание книги (2 тома) «Стохастика в теоремах и задачах с доказательствами и решениями», являющейся существенной переработкой книги А.Н.Ширяева «Задачи по теории вероятностей» с добавлением решений;
- II. создание методов эффективного оценивания линейных регрессионных моделей с большим числом регрессоров без предположения разреженности коэффициентов и оптимального оценивания разреженных ковариационных матриц по одному наблюдению централизованного случайного вектора высокой размерности.

Основная цель первой части проекта – написать книгу с простым изложением большого количества идей и базовых фактов современной теории вероятностей, выходящих за рамки стандартных курсов (такие как каплинг, концентрация меры, строение сигма-алгебр, «стохастический» анализ для неслучайных негладких функций и т.п.). При этом акцент в доказательствах планируется сделать именно на вероятностных подходах с минимальным привлечением аппарата других областей математики (как, например, теория преобразования Фурье или теория специальных функций). Данная книга может служить материалом для многих дополнительных курсов по теории вероятностей, демонстрируя разнообразную технику полезную будущим специалистам в этой области. В настоящий момент написан предварительный вариант первого тома.

Вторая часть проекта посвящена статистике данных высоких размерностей. А именно, оцениванию линейных регрессионных моделей с большим числом регрессоров и разреженных ковариационных матриц.

Существующие методы оценивания (LASSO и Dantzig selector) упомянутых регрессионных моделей опираются на предположение разреженности коэффициентов (почти все коэффициенты за исключением некоторого малого числа должны быть нулевыми). При этом указанные методы не столь существенно используют случайность регрессоров. Другими словами, оценивание производится, как если бы регрессоры были неслучайны, а задача состояла в решении переопределенной системы линейных уравнений со случайным шумом и с заданным числом ненулевых компонент решения. В проекте предполагается развить новый альтернативный подход, не использующий предположение разреженности коэффициентов и основанный на том, чтобы считать данную линейную модель с (большим) конечным числом регрессоров приближением линейной модели со счетным числом регрессоров, каждый из которых не объясняется остальными (т.е. не лежит в замыкании их линейной оболочки в L_2).

В второй части проекта также планируется разработать новые методы оптимального (в различных матричных нормах) оценивания разреженной ковариационной матрицы случайного вектора X элементом некоторого заданного параметрического класса матриц по одному наблюдению X . Постановки такого рода возникают, например, при анализе случайных поверхностей, моделируемых элементами случайного поля (после упорядочивания элементов которого получается вектор X).