Краткое изложение заявки

Соответствие Гекке в классических и квантовых интегрируемых системах

А.В.Зотов

В ряде работ соискателя был разработан общий подход к описанию широкого класса интегрируемых систем и связанных с ними задач. В основе подхода лежит объединение алгебро-геометрического описания классических интегрируемых систем, разработанного И.Кричевером и Н.Хитчиным, теоретико-группового подхода М.Ольшанецкого и А.Переломова, а также обще-алгебраических конструкций Е.Склянина, Л.Фаддеева и других. В результате такого объединения возникает универсальный метод исследования интегрируемых моделей, позволяющий получать нетривиальные результаты как для самих классических систем, так и для ряда их обобщений. Среди них - задача квантования, построение 1+1 интегрируемых полевых обобщений, уравнения типа Пенлеве и более общие задачи изомонодромных деформаций, связанные с исходными моделями.

Общая идеология состоит в том, что указанные нелинейные системы могут быть получены редукцией из некоторой исходно свободной теории поля, а все данные конкретной модели содержаться в алгебро-геометрической конструкции и типе групповой симметрии, используемых в редукции.

В соавторстве с А.М.Левиным и М.А.Ольшанецким соискателем было определено понятие Симплектического Соответствия Гекке (ССГ) как соответствия интегрируемых систем, связанных процедурой модификации расслоений. Эта процедура, в простейшем случае описывающее изменение степени расслоения на единицу, в общем случае связывает расслоения с различными характеристическими классами, такими как классы Штиффеля-Уитни для ортогональных групп. С точки зрения интегрируемых систем модификации связывают многочастичные системы (типа Калоджеро и спиновых обобщений) с многомерными интегрируемыми волчками (типа Эйлера-Арнольда). Другими словами модификация является сингулярным калибровочным преобразованием, осуществляющим каноническое преобразование с явной заменой переменных. В последних работах в общем случае (для произвольного характеристического класса) были построены интегрируемые системы, содержащие оба типа степеней свободы, получены явные выражения для операторов Лакса и новые динамические r-матрицы, дополняющие классификацию r-матриц Этингофа-Варченко.

Как известно, r-матрица является решением условия совместности для уравнений Книжника-Замолодчикова-Бернара. Используя новые r-матрицы, будет описан новый широкий класс этих уравнений. Кроме того, планируется описать общую схему действия операторов Гекке (модификаций) на конформные блоки. Эти преобразованию будут связывать различных представителей из описанного класса уравнений.

В квантовом случае также будут получены новые динамические R-матрицы, соответствующие нетривиальным характеристическим классам и удовлетворяющие квантовому динамическому уравнению Янга-Бакстера. Полученный ответ будет обобщать динамическую R-матрицу Фельдера и нединамическую R-матрицу Белавина-Дринфельда.

Уравнения изомонодромных деформаций и, в частности, уравнения Пенлеве обычно описываю в терминах пары линейных задач. Соответствующие линейные операторы - связности вдоль базовой кривой (по спектральному параметру) и вдоль модулей базовой кривой с отмеченными точками (по времени). Само уравнение возникает как условие нулевой кривизны этих связностей тождественно по спектральному параметру. В соавторстве с А.Забродиным соискателем было показано, что из матричных линейных задач на одну из компонент их общего решения, следует скалярное уравнение, имеющие вид нестационарного уравнения Шредингера с классическим потенциалом Пенлеве. Тем самым, исходная линейная задача приводит как к классической (условие совместности) так и квантовой (на компоненту решения) задачам. Планируется продолжение изучения подобного рода связи квантовой и классической задач. А именно, будет исследована общая задача совместности операторов второго порядка, один из которых является оператором нестационарного уравнения Шредингера.

Еще одна запланированная задача - установление соответствия между моделями Годена и интегрируемыми цепочками. На уровне линейной задачи системы совершенно разные. Первая - $\mathrm{gl}(N,\mathbb{C})$-значная, а вторая состоит из N $\mathrm{GL}(2,\mathbb{C})$-значных задач. Планируется доказать, что системы тем не менее связаны явной заменой переменных. На данные момент дуальность проверена для спектральных кривых на классическом уровне. Планируется установить ее квантовую версию.