

**ОТЧЕТ О НАУЧНОЙ И ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ
ПО ГРАНТУ ФОНДА "ДИНАСТИЯ" (КОНКУРС 2011 ГОДА)
ЗА 2013 ГОД**

Аржанцев Иван Владимирович, д.ф.-м.н., профессор

1. Результаты, полученные в 2013 году

Основным объектом изучения в этом году были автоморфизмы алгебраических многообразий. Исследовались орбиты полной группы автоморфизмов на многообразиях, как полных, так и аффинных, свойство бесконечной транзитивности для действия группы автоморфизмов, факторы по действиям групп автоморфизмов и связанные с этим вопросы геометрии многообразий.

Пусть X – алгебраическое многообразие, покрытое открытыми картами, изоморфными аффинному пространству. В работе [9] мы доказали, что группа специальных автоморфизмов действует на универсальном торсоре над многообразием X бесконечно транзитивно. Этот результат позволяет построить широкие классы квазиаффинных алгебраических многообразий со свойством бесконечной транзитивности. В качестве X можно брать гладкую рациональную алгебраическую поверхность, гладкое полное торическое многообразие, гладкое полное сферическое многообразие, гладкое полное рациональное многообразие с действием тора сложности один, многие трехмерные многообразия Фано и ряд других гладких рациональных алгебраических многообразий.

Я продолжал изучать полные алгебраические многообразия с локально транзитивным действием коммутативной унипотентной алгебраической группы. Такие действия называют аддитивными действиями. Как показали Брендан Хассетт и Юрий Чинкель, многообразия с аддитивным действием могут быть описаны в терминах конечномерных локальных алгебр, снабженных некоторыми дополнительными структурами. В качестве таких структур мы рассматриваем порождающее подпространство и инвариантную относительно него полилинейную симметрическую форму. В работе [8] показано, что этот подход описывает аддитивные действия на проективных гиперповерхностях. Там же дано явное описание аддитивных действий на проективных квадраках коранга один.

Также я изучаю локально транзитивные действия коммутативных (не обязательно унипотентных) групп. Теория торических многообразий и теория аддитивных действий являются здесь крайними случаями, и интересно исследовать промежуточную ситуацию. В совместной работе с Полиной Котенковой мы показываем, что если коммутативная линейная алгебраическая группа коранга

один действуют локально транзитивно либо на аффинном, либо на полном алгебраическом многообразии, то многообразие является торическим, и все такие действия определяются его корнями Демазиора. Этот результат находится в стадии оформления.

2. Работы, опубликованные или поданные в печать в 2013 году

[1] I.V.Arzhantsev, H.Flenner, S.Kaliman, F.Kutzschebauch, and M.Zaidenberg. Flexible varieties and automorphism groups. *Duke Mathematical Journal* 162 (2013), no. 4, 767–823

[2] I.V.Arzhantsev, D.Celik, and J.Hausen. Factorial algebraic group actions and categorical quotients. *Journal of Algebra* 387 (2013), 87–98

[3] I.V.Arzhantsev and I.A.Bazhov. On orbits of the automorphism group on an affine toric variety. *Central European Journal of Mathematics* 11 (2013), no. 10, 1713–1724

[4] I.V.Arzhantsev, H.Flenner, S.Kaliman, F.Kutzschebauch, and M.Zaidenberg. Infinite transitivity on affine varieties. In: *Birational geometry, rational curves, and arithmetic - Simons symposium 2012*, F.Bogomolov, B.Hassett, and Yu.Tschinkel (Editors), Springer Science-Business Media New York, 2013, 1–13

[5] I.V.Arzhantsev and M.Zaidenberg. Acyclic curves and group actions on affine toric surfaces. In: *Affine Algebraic Geometry, Proceedings of the Conference, Osaka, 3-6 March 2011*, K.Masuda, H.Kojima, T.Hishimoto (Editors), World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. 2013, 1–41

[6] I.V.Arzhantsev. Torsors over Luna strata. In: *Torsors, etale homotopy and applications to rational points. Proceedings of the ICMS workshop in Edinburgh, 10-14 January 2011*, London Mathematical Society Lecture Note Series 405, A.Skorobogatov (Editor), Cambridge University Press, 2013, 123-137

[7] I.V.Arzhantsev, U.Derenthal, J.Hausen, and A.Laface. *Cox rings* (монография). Cambridge Studies in Advanced Mathematics, Cambridge University Press. Сдана в печать в ноябре 2013 года.

[8] I.V.Arzhantsev and A.B.Popovskiy. Additive actions on projective hypersurfaces. To appear in *GABAG-2012*, Springer Verlag, the Proceedings of the Conference "Groups of Automorphisms in Birational and Affine Geometry", Levico Terme (Trento), 2012; arXiv:1307.7341, 13 pages

[9] I.V.Arzhantsev, A.Yu.Perepechko, and H.Suess. Infinite transitivity on universal torsors. To appear in the *Journal of the London Mathematical Society*, arXiv:1302.2309, 17 pages

[10] I.V.Arzhantsev, J.Hausen, E.Herppich, and A.Liendo. The automorphism group of a variety with torus action of complexity one. To appear in *Moscow Mathematical Journal*, arXiv:1202.4568, 34 pages

3. Участие в конференциях и школах

[1] Конференция "Рождественские встречи фонда "Династия", Москва, НМУ, 8-11 января 2013 года

доклад "Группа автоморфизмов многообразия с действием тора сложности один"

[2] Вторая французско-швейцарская школа по алгебраической геометрии, Энней, Швейцария, 18-22 февраля 2013 года

курс "Homogeneous Spaces and Cox Rings" (5 лекций)

[3] Конференция "Combinatorial Algebraic Geometry", Левико Терме, Италия, 10-15 июня 2013 года.

[4] Конференция "Algebraic Topology and Abelian Functions", Москва, МИАН, 18-22 июня 2013 года

доклад "Infinite transitivity on universal torsors"

[5] 13-я летняя школа "Современная математика", Дубна, 20-31 июля 2013 года

курс "Аutomорфизмы аффинных пространств" (4 лекции)

[6] 8-я летняя школа "Достижения и приложения современной информатики, математики и физики" (ААСИМР-2013), Киев, Украина, 1-17 августа 2013 года

курс "Linear Programming: Theory and Applications" (4 лекции)

4. Работа в научных центрах и международных группах

Совместно с Ульрихом Деренталем (Мюнхен, Германия), Юргеном Хаузенем (Тюбинген, Германия) и Антонио Лафаче (Консепсьон, Чили) мы завершили написание монографии "Cox rings" и сдали ее в печать. В этом году я участвовал в работе над разделами о кольцах Кокса-Нагаты, однородных пространствах, сферических и чудесных многообразиях, универсальных торсорах над поверхностями дель Пеццо и других, а также в разработке упражнений ко всем главам. В рамках этого проекта в конце февраля – начале марта 2013 года я работал в университете Тюбингена, Германия.

Совместно с Михаилом Зайденбергом (Гренобль, Франция), Шулимом Калиманом (Майми, США), Хубергом Фленнером (Бохум, Германия) и Франком Кутчебаухом (Берн, Швейцария) мы продолжали работать над проектом, посвященном бесконечной транзитивности действий групп автоморфизмов. В рамках этого проекта 23-26 февраля я посетил университет Берна и выступил 25 февраля на коллоквиуме факультета математики с докладом "Cox Rings, Universal

Torsors, and Infinite Transitivity". Также 14-18 декабря я работал в институте Фурье в Гренобле и 16 декабря сделал доклад "Infinite transitivity on universal torsors" на семинаре по алгебре и геометрии.

5. Педагогическая деятельность

В 2013 году я руководил работой аспирантов Полины Котенковой и Александра Перепечко и студентов Елены Ромаскевич, Ивана Бажова, Андрея Поповского, Анны Печиной, Константина Логинова, Бориса Степанова, Ольги Яфраковой, Сергея Брагина, Тараса Стасюка, Сурена Данильяна, Олега Круглова и Дмитрия Матвеева. В этом году Елена Ромаскевич и Иван Бажов успешно защитили дипломные работы и осенью Елена поступила ко мне в аспирантуру, а Иван уехал в аспирантуру Женевского университета.

В апреле 2013 года Станислав Федотов, окончивший аспирантуру в прошлом году, успешно защитил кандидатскую диссертацию на тему "Полуинварианты и пространства модулей представлений колчанов".

В октябре 2013 года прошли предзащиты диссертаций "Действия торов и локально нильпотентный дифференцирования" Полины Котенковой и "Автоморфизмы конечномерных алгебра и аффинных многообразий" Александра Перепечко. Защиты намечены на начало 2014 года.

В осеннем семестре я прочитал обязательный курс лекций "Высшая алгебра" для второго курса мехмата МГУ и проводил семинарские занятия по курсам "Линейная алгебра и геометрия" (I курс, весенний семестр) и "Высшая алгебра" (II курс, осенний семестр). В течение всего года выступал в качестве соруководителя научно-исследовательского семинара "Алгебра Ли и теория инвариантов" (совместно с Э.Б. Винбергом, А.Л. Онищиком и Д.А. Тимашевым), спецсеминара "Локально нильпотентные дифференцирования" (совместно с П.Ю. Котенковой и Е.Л. Ромаскевич, весенний семестр) и спецсеминара "Алгебраические группы преобразований" (совместно с С.А. Гайфуллиным и С.Н. Федотовым, осенний семестр).

В осеннем семестре я прочитал обязательный курс "Алгебра-3" в Независимом Московском университете и проводил семинары по этому курсу (совместно с К.Г. Куюмжиян и С.Н. Федотовым).