

# Отчет по гранту фонда «Династия» за 2012 г.

А. В. Акопян

В работе [4] исследовалось обобщение теоремы о бутерброде для случая более чем  $d$  мер на  $\mathbb{R}^d$ . Среди прочего удалось получить следующие две теоремы.

**Определение 1.** Пусть  $\mu_0, \mu_1, \dots, \mu_d$  абсолютно непрерывные вероятностные меры на  $\mathbb{R}^d$  и пусть  $\varepsilon \in (0, 1/2)$ . Назовем множество мер  $\varepsilon$ -не-перестановочным если для любого полупространства  $H$  неравенства  $\mu_i(H) < \varepsilon$  для всех  $i = 0, 1, \dots, d$  влекут

$$\mu_i(H) \geq \mu_j(H), \text{ для некоторого } i < j.$$

**Теорема 1.** Пусть  $\mu_0, \mu_1, \dots, \mu_d$  — абсолютно непрерывные, вероятностные,  $\varepsilon$ -не-перестановочные меры в  $\mathbb{R}^d$  для некоторого  $\varepsilon \in (0, 1/2)$ . Тогда существует гиперплоскость  $H$ , такая что

$$\mu_0(H) = \mu_1(H) = \dots = \mu_d(H) \in [\varepsilon, 1/2].$$

**Теорема 2.** Пусть  $\mu_0, \mu_1, \dots, \mu_d$  абсолютно непрерывные вероятностные меры на  $\mathbb{R}^d$  и  $\alpha \in (0, 1)$ . Тогда можно гарантировать существование выпуклого множества  $C \subset \mathbb{R}^d$  такого, что

$$\mu_0(C) = \mu_1(C) = \dots = \mu_d(C) = \alpha,$$

тогда и только тогда, когда  $\alpha = 1/t$  для некоторого натурального  $t$ .

В статье [1] было показано, что в любой простой выпуклый многогранник в  $\mathbb{R}^3$  можно вписать правильный октаэдр (то есть существует 6 точек на поверхности, являющиеся вершинами правильно октаэдра).

В работе [5] была доказана следующая теорема:

**Теорема 3.** Пусть  $V$  выпуклое тело на плоскости. Для всякого выпуклого разбиения  $V = C_1 \cup \dots \cup C_m$  и каждого элемента разбиения  $C_i$  найдём максимальный коэффициент гомотетии  $r_i$  такой, что  $r_i V + t_i \subseteq C_i$ , при подходящем векторе  $t_i$ . Тогда

$$r_1 + r_2 + \dots + r_m \geq 1.$$

В этой же работе было найдено более простое доказательство теоремы К. Бездека и Р. Шнайдера о том, сумма радиусов вписанных шаров части выпуклого покрытия единичного шара не меньше  $\pi$ .

## Преподавательская деятельность

Участвовал в качестве жюри в различных математических турнирах и олимпиадах для школьников. Прочитал несколько лекций.

Написал две научно-популярные статьи [6] и [7]. Статья [7] выиграла конкурс РФФИ научно-популярных статей.

## Участвовал с докладами на конференциях

- A.V. Akopyan. Bangs-type theorems for partitions of a convex body. *Bernoulli Reunion Conference on Discrete and Computational Geometry*, EPFL, Lausanne (Switzerland), Feb 27 – Mar 2, 2012.
- A.V. Akopyan.  $PL$ -analogue of Nash—Kuiper theorem. *Discrete and Computational Geometry and Topology*, IST Austria, 5–9 March, 2012.
- A.V. Akopyan. Cutting the same fraction on several measures. *Alexandroff Readings, International Topological Conference*, Moscow (Russia), May 21–25.
- A.V. Akopyan. Combinatorial generalizations of Jung’s theorem. *Thirteenth International Workshop on Algebraic and Combinatorial Coding Theory ACCT2012*, June 15–21, 2012, Pomorie, Bulgaria.
- A.V. Akopyan. Cutting the same fraction on several measures. *Yaroslavl international conference “Discrete Geometry” dedicated to centenary of A.D. Alexandrov*, August 13–18, 2012, Yaroslavl State University.
- A.V. Акоруян. Некоторые обобщения теоремы о Бутерброде. *Информационные технологии и системы (ИТuС’12)*, Петрозаводск, 19–25 августа 2012 г.

## Опубликованные работы

- [1] A. Akopyan and R. Karasev. Inscribing a regular octahedron into polytopes. *Discrete Mathematics*, 313(1):122 – 128, 2013.
- [2] A. V. Акоруян. Conjugation of lines with respect to a triangle. *Journal of Classical Geometry*, 1:23–31, 2012.
- [3] A. V. Акоруян. A short proof of the collapsing walls lemma. *Discrete Mathematics*, 312(10):1650 – 1651, 2012.
- [4] A. V. Акоруян and R. N. Karasev. Cutting the same fraction of several measures. *Discrete & Computational Geometry*, pages 1–9.
- [5] A. V. Акоруян and R. N. Karasev. Kadets-type theorems for partitions of a convex body. *Discrete & Computational Geometry*, 48(3):766–776, 2012.
- [6] A. В. Акопян. Геометрия кардиоиды. *Квант*, 3:39–41, 2012.
- [7] A. В. Акопян, Г. А. Кабатянский и О. Р. Мусин. Контактные числа, коды и сферические многочлены. *Математическое просвещение. Третья Серия.*, 16:57–74, 2012.