

**ОТЧЕТ О НАУЧНОЙ И ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ
ПО ГРАНТУ ФОНДА "ДИНАСТИЯ" (КОНКУРС 2011 ГОДА)
ЗА 2012 ГОД**

Аржанцев Иван Владимирович, д.ф.-м.н., доцент

1. Результаты, полученные в 2012 году

Мои исследования посвящены автоморфизмам алгебраических многообразий, кольцам Кокса и связанной с ними канонической фактор-реализации алгебраического многообразия с конечно порожденной группой классов дивизоров, корням Демазюра и отвечающим им однопараметрическим унипотентным подгруппам, специальным автоморфизмам и свойству гибкости аффинного многообразия.

В недавней работе [5] мы даем обзор полученных ранее (в первую очередь в работах [2] и [3]) результатов о равносильности транзитивности и бесконечной транзитивности действия группы специальных автоморфизмов на множестве гладких точек аффинного многообразия. Здесь же описаны широкие классы аффинных многообразия (невырожденные торические многообразия, надстройки, вложения однородных пространств полупростых групп и другие), для которых эти свойства имеют место.

В работе [1] мы классифицируем действия группы SL_2 на нормальных аффинных многообразиях с действием тора T , нормализующего указанное действие. Классификация проводится в терминах комбинаторного описания T -многообразий полученного Альтманном и Хаузенем. Основным ингредиентом служит обобщение понятия корня Демазюра веера торического многообразия. В качестве приложения описаны специальные SL_2 -действия на произвольных нормальных аффинных многообразиях.

Работа [4] посвящена описанию орбит группы автоморфизмов на аффинном торическом многообразии X . Тотальные координаты на X определяют каноническую реализацию многообразия X как фактора векторного пространства V по линейному действию квазитора. Мы показываем, что орбиты связной компоненты единицы группы автоморфизмов $Aut(X)$ на X совпадают со стратами Луны, определяемыми канонической фактор-реализацией.

В работе [8] мы рассматриваем нормальное полное алгебраическое многообразие X с действием тора сложности один. Мы находим корни группы автоморфизмов многообразия X и получаем явное описание системы корней ее полупростой части. Эти результаты используются для классификации многообразий

с почти транзитивным действием алгебраической группы. Мы классифицируем почти однородные (возможно, особые) поверхности дель Пеццо с числом Пикара один и почти однородные (возможно, особые) трехмерные многообразия Фано с числом Пикара один и с редуктивной группой автоморфизмов ранга два.

В настоящее время я изучаю свойства гибкости и бесконечной транзитивности действия группы специальных автоморфизмов на универсальном торсоре над гладким полным рациональным алгебраическим многообразием. Оказывается, что очень слабые ограничения на многообразии обеспечивают максимально возможную симметричность универсального тора над ним. Полученные здесь результаты находятся в стадии оформления.

2. Работы, опубликованные или подготовленные в 2012 году

[1] I.V.Arzhantsev and A.Liendo. Polyhedral divisors and SL_2 -actions on affine T -varieties. *Michigan Mathematical Journal* 61 (2012), no. 4, 731-762.

[2] И.В.Аржанцев, М.Г.Зайденберг и К.Г.Куюмжян. Многообразия флагов, торические многообразия и надстройки: три примера бесконечной транзитивности. *Математический Сборник* 203 (2012), вып.7, 3–30.

[3] I.V.Arzhantsev, H.Flenner, S.Kaliman, F.Kutzschebauch, and M.Zaidenberg. Flexible varieties and automorphism groups. *Duke Mathematical Journal*, в печати; arXiv:1011.5375, 41 стр.

[4] I.V.Arzhantsev and I.A.Bazhov. On orbits of the automorphism group on an affine toric variety. *Central European Journal of Mathematics*, в печати; arXiv:1203.2902, 12 стр.

[5] I.V.Arzhantsev, H.Flenner, S.Kaliman, F.Kutzschebauch, and M.Zaidenberg. Infinite transitivity on affine varieties. In: *Birational geometry, rational curves, and arithmetic – Simons symposium 2012*, F. Bogomolov, B. Hassett, and Yu.Tschinkel, Editors, Springer Verlag, в печати; arXiv:1210.6937, 11 стр.

[6] I.V.Arzhantsev. Torsors over Luna strata. In “Torsors, étale homotopy and applications to rational points”. *Proceedings of the ICMS workshop in Edinburgh, 10-14 January 2011*, London Mathematical Society Lecture Note Series, A.Skorobogatov, Editor, Cambridge University Press; в печати; arXiv:1104.5581, 11 стр.

[7] I.V.Arzhantsev and M.Zaidenberg. Acyclic curves and group actions on affine toric surfaces. *Proceedings of the Conference on Affine Algebraic Geometry in Osaka (2011)*, World Scientific Publishing Co., в печати; arXiv:1110.3028, 29 стр.

[8] I.V.Arzhantsev, J.Hausen, E.Herppich, and A.Liendo. The automorphism group of a variety with torus action of complexity one. Сдана в печать; arXiv:1202.4568, 35 стр.

3. Участие в конференциях и школах

[1] Конференция "Rational points and rational curves", Цюрих, Швейцария, 21–25 мая 2012 года, доклад "Flexible varieties and automorphism groups".

[2] Workshop on Lie Groups and Algebraic Groups, Билефельд, Германия, 23–25 июля 2012 года, доклад "The automorphism group of a variety with torus action of complexity one".

[3] Конференция "Groups of Automorphisms in Birational and Affine Geometry", CIRM, Тренто, Италия, 28 октября – 3 ноября 2012 года, доклад "The automorphism group of a variety with torus action of complexity one".

[4] Третья школа-конференция "Алгебры Ли, алгебраические группы и теория инвариантов", Тольятти, 25-30 июня 2012 года, курс лекций "Геометрическая теория инвариантов и кольца Кокса".

[5] Конференция "Algebraic groups and related structures", институт Эйлера, Санкт-Петербург, 17-22 сентября 2012 года, доклад "Algebraically generated groups".

[6] Конференция "Рождественский встречи фонда "Династия", НМУ, Москва, 8-10 января 2012 года, доклад "Гибкие аффинные алгебраические многообразия".

[7] Оберсеминар по алгебраической геометрии, университет Людвиг-Максимилиана, Мюнхен, Германия, 25 апреля 2012 года, доклад "Additive structures on projective varieties and local algebras".

[8] Семинар по теории представлений и динамическим системам, ПОМИ, Санкт-Петербург, 28 марта 2012 года, доклад "Автоморфизмы алгебраических многообразий и торическая геометрия".

[9] Семинар им. М.М. Постникова "Алгебраическая топология и ее приложения", МГУ, Москва, 3 апреля 2012 года, "Группа автоморфизмов многообразия с действием тора сложности один".

[10] Семинар им. В.А. Исковских, МИАН, Москва, 18 октября 2012 года, доклад "Геометрическая теория инвариантов и кольца Кокса".

4. Работа в научных центрах и международных группах

С конца апреля по начало июля 2012 года я работал приглашенным профессором на кафедре Фабьена Мореля в университете Людвиг-Максимилиана, Мюнхен, Германия.

Совместно с соавторами из Германии и Чили мы продолжаем работу над монографией "Cox rings", которая должна быть опубликована в Cambridge University Press в 2013 году.

5. Педагогическая деятельность

В 2012 году я руководил работой троих аспирантов (Станислав Федотов, Полина Котенкова и Александр Перепечко) и шести студентов (Елена Ромаскевич, Иван Бажов, Андрей Поповский, Анна Печина, Константин Логинов и Борис Степанов).

В мае 2012 года мой аспирант Артем Анисимов успешно защитил кандидатскую диссертацию на тему "Стабильность диагональных действий и многообразия двойных смежных классов".

В октябре 2012 года прошла предзащита диссертации "Полуинварианты и многообразия модулей представлений колчанов" моего аспиранта Станислава Федотова, защита намечена на начало 2013 года.

Я проводил семинарские занятия на мех-мате МГУ по курсам "Линейная алгебра и геометрия" (I курс, февраль-апрель), "Основы алгебры" (I курс, сентябрь-декабрь) и "Высшая алгебра" (II курс, сентябрь-декабрь); в течение всего года выступал в качестве соруководителя научно-исследовательского семинара "Алгебра Ли и теория инвариантов" (совместно с Э.Б. Винбергом, А.Л. Онищиком и Д.А. Тимашевым), семинара "Введение в теория алгебр Ли" (совместно с Д.А. Тимашевым) и семинара "Локально нильпотентные дифференцирования" (осенний семестр, совместно с П.Ю. Котенковой и Е.Л. Ромаскевич).

В осеннем семестре я прочитал курс "Градуированные алгебры и теория инвариантов" в Независимом Московском университете.

В университете Людвиг-Максимилиана, Мюнхен, Германия, я читал лекции и проводил централизованные упражнения по курсу "Höhere Algebra", со-руководил научно-исследовательским семинаром "Mathematisches Oberseminar: Algebraische Geometrie" (совместно с Bley, Derenthal, Rosenschon и Viehmann) и прочитал спецкурс "Invariant Theory".