

1. результаты, полученные в этом году

Получены следующие приложения основных результатов проекта, достигнутых в прошлом году (см. прошлогодний отчет).

Напомним, что многообразие называется двойственно вырожденным, если проективно двойственное к нему не является гиперповерхностью. Классификация многогранников A , для которых A -торическое многообразие вырождено -- открытая проблема, решенная только для гладких торических многообразий. В 2014 году удалось решить тесно связанную с ней задачу: классифицировать минимальные (по включению) многогранники A , для которых A -торическое многообразие двойственно невырождено. Этот результат был выведен из полученной в 2013 году положительной формулы для многогранника Ньютона A -дискриминанта.

Теорема Абеля утверждает, что решение общего уравнения степени d от одной переменной выражается в радикалах, если и только если d не больше 4. Для многочленов нескольких переменных естественным обобщением степени является многогранник Ньютона, и возникает естественный вопрос о том, для каких целочисленных многогранников A общая система уравнений с многогранником Ньютона A решается в радикалах. В 2014 году удалось доказать, что решение в радикалах возможно только для многогранников объема не больше 4 (объем следует брать относительно решетки, порожденной целыми точками в многограннике), и отклассифицировать такие многогранники. Этот результат получен методами топологической теории Галуа из описания зета-функции монодромии общей системы полиномиальных уравнений, которое в свою очередь следует из полученных в 2012 году сведений о дискриминанте общей системы полиномиальных уравнений.

Помимо вопросов, запланированных в заявке, исследовались вырожденные A -гипергеометрические функции (обобщающие A -гипергеометрические функции Гельфанда-Капранова-Зелевинского и классические функции Эйри и Бесселе). Получены их интегральные представления и асимптотические разложения, вычислена зета-функция монодромии.

2. опубликованные и поданные в печать работы

Esterov A. I., Takeuchi K. Confluent A -hypergeometric functions and rapid decay homology cycles // American Journal of Mathematics. 2015

Esterov A. I., Takeuchi K., Ando K. Monodromies at infinity of confluent A -hypergeometric functions // Advances in Mathematics. 2015

Esterov A. I., Gusev G. G. Systems of equations with a single solution. // Journal of symbolic computation. 2015. Vol. 68-2. P. 116-130.

Esterov A. I. Bivariate Abel-Ruffini / arXiv:1405.1252

Esterov A. I., Takeuchi K. On vanishing theorems for local systems associated to Laurent polynomials / arXiv:1403.0103

3. участие в конференциях и школах

4. работа в научных центрах и международных группах

В этом году не сложилось.

5. педагогическая деятельность (включая научное руководство).

Курс “Динамические системы”, семинар “Выпуклая и алгебраическая геометрия”, спецкурс “Введение в вещественную алгебраическую геометрию и торические многообразия”, научное руководство двумя курсовыми и двумя дипломными работами на факультете математики ВШЭ.

6. Итоги

Заявка состояла из четырех взаимосвязанных разделов:

- 1) тропическая теория мультиособенностей,
 - 2) формула Кушниренко для экспоненциальных сумм,
 - 3) многогранники Ньютона и зета-функции монодромии,
 - 4) дискриминант общей системы полиномиальных уравнений,
- и предполагала реализацию разделов 1 и 4, а также одного из разделов 2 и 3.

За 2012-2014 годы получены все основные результаты, запланированные в разделах 1, 3 и 4. Из запланированных в этих разделах результатов, неудачей окончилась попытка вычислить унипотентную часть оператора монодромии изолированной особенности полного пересечения в теминах топологии разрешения особенности и многогранников Ньютона. На вопросы раздела 2 не хватило времени, однако я надеюсь вернуться к ним в 2015 году.

Помимо результатов, запланированных в заявке, главное достижение -- создание аппарата “тропических характеристических классов”, сопоставляющих каждому подмногообразию в комплексном торе (или в сферическом многообразии) элемент кольца отношений в смысле де Кончини и Процези. Это соответствие обладает свойствами мультипликативности и связями с эйлеровой характеристикой, напоминающими свойства обычных классов Черна. Говоря неформально, этот аппарат -- все, что остается от формулы Кушниренко-Бернштейна-Хованского, если от невырожденных полных пересечений в комплексном торе перейти к его произвольным подмногообразиям. Есть надежда, что этот аппарат позволит развить теорию тропических многочленов Тома намного дальше, чем это уже сделано в рамках проекта.