ИТОГОВЫЙ ОТЧЁТ

СТИПЕНДИАТА ФОНДА «ДИНАСТИЯ» А. В. УСТИНОВА ЗА 2014 ГОД

Участие в конференциях

1. 4th International Conference on Uniform Distribution Theory (Ostravice, Czech Republic, June 30 - July 4, 2014);
2. International Congress of Mathematicians (Seoul , Korea, August 13 - 21, 2014);
3. «Geometry, Topology and Integrability» (Skoltech, Moscow, 20-25 October 2014).

Педагогическая деятельность

Готовил школьников к участию в региональной и всероссийской олимпиадам. Участвовал в подготовке школьной олимпиады Хабаровска по математике. Участвовал в подготовке и проведении VII командно-личного турнира школьников «Математическое многоборье» (3–8 ноября 2014 г., СУНЦ МГУ) и Московской летней олимпиадной школы (15–28 июня 2014 г.). Продожается руководство аспирантом.

Обзор научных результатов

Опубликовано 5 научных статей. Ещё 4 сдано в печать. Дополнительно опубликовано 4 учебно–методических работы.

Основные публикации по теме проекта

[1] Получен основной результат из аннонсированных в заявке. Создан аналитический аппарат, предназначенный для решения задач на трёхмерных решётках. В основе подхода лежат оценки сумм Клостермана и идея редукции к предыдущей размерности, применявшаяся ранее Линником и Скубенко при исследовании целочисленных решений детерминантного уравнения $\det X = P$, где X — матрица 3×3 с независимыми коэффициентами и P — растущий параметр.

Предложенный метод использован для изучения статистических свойств трёхмерных цепных дробей Вороного — Минковского в решётках с определителем P. В частности, для среднего числа базисов Минковского доказывается асимптотическая формула со степенным понижением в остаточном члене. Этот результат можно считать трёхмерным аналогом теоремы Портера о средней длине конечных цепных дробей.

В статьях [2, 3, 4] помещены вспомогательные результаты.

[2] Получены оценки обобщённых сумм Клостермана. Эти оценки необходимы для проведения редукции Линника — Скубенко.

[3] В 1964 г. Линник и Скубенко доказали равномерную распределённость целочисленных точек на детерминантной поверхности $\det X = P$, где X — матрица 3×3 с независимыми коэффициентами и P — растущий параметр. Их метод был основан на редукции к предыдущей размерности (детерминантному уравнению с матрицей 2×2). В статье предлагается более точная версия редукции Линника — Скубенко, применимая для более широкого круга задач, возникающих в геометрии чисел и теории трёхмерных цепных дробей Вороного — Минковского.

[4] Решены вспомогательные двумерные задачи были возникающие после редукции к двумерному случаю.

[5] Найдены новые комбинаторные свойства трёхмерных цепных дробей Вороного — Минковского. Построены бесконечные семейства трёхмерных цепных дробей, допускающие явное описание.

Дополнительные публикации

[6] Предложено новое короткое доказательство трёхмерного аналога (доказанного первоначально Авдеевой и Быковским) классической теоремы Валена о приближениях вещественных чисел соседними подходящими дробями. Результат можно расценивать как небольшой шаг в понимании трехмерных цепных дробей Вороного — Минковского.

[7] Для числа решений сравнения $xy \equiv 1 \pmod p$ под графиком линейной функции доказывается асимптотическая формула с корневым (на 1/2, то есть наилучшим возможным) понижением в остаточном члене. Ранее такая формула была известна с понижением на 1/4.

[8] В статье предлагается новый способ вычисления суммы Гаусса, основанный на использовании дискретного преобразования Фурье. В качестве следствия доказывается квадратичный закон взаимности Гаусса.

[9] В статье приводится однопараметрическое семейство рациональных чисел, для которых разложения в приведённые регулярные цепные дроби (дроби Хирцебруха) имеют одинаковую длину.

Учебно–методические публикации

[10] Сборник состоит из задач по математике, которые в разные годы предлагались на вступительных экзаменах в 10 и 11 классы школы им. А. Н. Колмогорова. Приводятся задачи разного уровня сложности по алгебре, геометрии и теории чисел.

[11] В статье излагаются различные подходы подсчёта сопротивлений между вершинами графов. Основной метод — нетривиальное использование соображений симметрии.

[12] Статья посвящена формулам Эйлера и Пика. (Ранее публиковалась в журнале «Квант».)

[13] В статье рассказывается о том как окружности могут располагаться по отношению к точкам целочисленной решётки. (Ранее публиковалась в журнале «Квант».)

Публикации[1]

[1] Трёхмерные цепные дроби и суммы Клостермана. — *Успехи мат. наук* (сдано в печать).

[2] Об одном обобщении сумм Клостермана. — *Мат. заметки* (принято в печать).

[3] О распределении решений детерминантного уравнения. — *Математический сборник* (сдано в печать).

[4] О распределении точек модулярной гиперболы. (Совм. с В. И. Берником.) — *Дальневосточный математический журнал*, 14: 2 (2014), 141–155.

[1] Звездочкой помечены заметки, вышедшие без ссылки на фонд «Династия»

[5] Geometry of Minkowski–Voronoi tessellations of the plane (with O. Karpenkov) — ArXiv 1407.0135.

[6] К трехмерной теореме Валена. — *Математические заметки*, 95 (2014), 154–156.

[7] О точках модулярной гиперболы под графиком линейной функции. — *Мат. раметки*, 97: 2 (2015), 296–301.

[8] Вычисление суммы Гаусса с помощью дискретного преобразования Фурье. — *Дальневост. матем. журн.*, 14:1 (2014), 90–95.

[9] О цепных дробях равной длины. — *Дальневост. матем. журн.,* 14:1 (2014), 96–99.

[10]* *«18 × 18 — Вступительные задачи ФМШ при МГУ»* (совм. с Н. Б. Алфутовой и Ю. Е. Егоровым) — МЦНМО 2014 (216 стр.).

[11] Сквозь сеть сопротивлений. (совм. с М. Скопенковым и А. Пахаревым) — *«Математическое Просвещение», третья серия*, выпуск 18 (2014), 33–65.

[12]* Две знаменитые формулы. — (совм. с В. Вавиловым) — Колмогоровской школе — пятьдесят. Сборник статей. Часть 1. Библиотечка «Квант» выпуск 131. Приложение к журналу «Квант» №3 (2014), 67–79.

[13]* Окружности на решетках (совм. с В. Вавиловым) — Колмогоровской школе — пятьдесят. Сборник статей. Часть 1. Библиотечка «Квант» выпуск 131. Приложение к журналу «Квант» №3 (2014), 56–66.