

КРАТКОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ ЗАЯВКИ «*SL*-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ТЕОРИИ КОГОМОЛОГИЙ В АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ».

А.С. АНАНЬЕВСКИЙ

Понятие ориентации было перенесено в алгебраический контекст М.Левинем и Ф.Морелем и, параллельно, И.Паниным совместно с А.Смирновым. Для ориентированных теорий когомологий имеет место теорема о проективизированном расслоении, используя которую можно построить теорию классов Черна и вычислить в терминах характеристических классов когомологии многообразий флагов и классифицирующих пространств. В недавних и еще неопубликованных работах Ч.Вальтер и И.Панин определили понятия симплектически ориентированной и *SL*-ориентированной теории когомологий, построили универсальные теории кобордизмов $MSp^{*,*}$ и $MSL^{*,*}$, а также развили теорию симплектической ориентации, определив классы Понтрягина и вычислив когомологии кватернионных проективных пространств и классифицирующих пространств BSp_{2n} .

Настоящий проект направлен на общее изучение *SL*-ориентированных теорий когомологий и перенос топологических методов в контекст алгебраической геометрии. Наибольший интерес для нас представляют техники, связанные с характеристическими классами и универсальными ориентированными теориями когомологий – кобордизмами.

Понятие *SL*-ориентации в алгебре параллельно понятию ориентации в топологии, и это соответствие основано на том, что группа Ли $SL_n(\mathbb{R})$ как многообразие гомотопически эквивалентна компактной группе $SO_n(\mathbb{R})$. Таким образом, алгебраическим векторным расслоениям со структурной группой SL_n соответствуют ориентированные расслоения в топологии, для которых, в частности, определены характеристические классы Эйлера и Понтрягина. Вычисления, использующие классы Эйлера, значительно упрощаются, если добавить в кольцо коэффициентов $\frac{1}{2}$. Алгебраическим аналогом этого элемента является стабильное отображение Хопфа $\eta \in \pi^{-1,-1}(pt)$. В препринте А.Ананьевского разрабатываются основы теории характеристических классов *SL*-ориентированных теорий когомологий, в частности, получены аналоги теоремы о проективизированном расслоении и принципа расщепления.

Планируется дальнейшее изучение *SL*-ориентированных теорий когомологий, а именно, предполагается установить связи между различными теориями когомологий: показать, что производные группы Витта являются локализацией эрмитовой K -теории, установить связь между алгебраическими кобордизмами MSL и MSp , а также получить мотивный аналог теоремы Коннера-Флойда, восстанавливающий производные группы Витта по MSL -кобордизмам. В качестве следующего шага предполагается перенести технику, использованную А.Меркурьевым для построения спектральной последовательности для эквивариантной K -теории, в контекст *SL*-ориентированных теорий когомологий и получить аналогичную спектральную последовательность для производных групп Витта многообразий с действием расщепимой простой группы. Затем, описав производные группы Витта классифицирующих пространств в терминах теории представлений соответствующих групп, предполагается использовать построенную спектральную последовательность для вычислений производных групп Витта и эрмитовой K -теории однородных многообразий.