

М. В. Житлухин: краткое содержание заявки

Марковские достаточные статистики в задачах скорейшего обнаружения

Под задачей скорейшего обнаружения понимается определение момента изменения вероятностно-статистических характеристик наблюдаемого случайного процесса (например, появление сноса у броуновского движения) по результатам последовательного наблюдения за ним. Ключевым вопросом при решении задач скорейшего обнаружения является вопрос о существовании процесса марковской достаточной статистики и сведение исходной задачи к задаче об оптимальной остановке этого процесса. В некотором смысле, марковская достаточная статистика — это марковский процесс, “содержащий всю информацию о наблюдаемом процессе”.

Зная марковскую достаточную статистику, момент обнаружения изменения вероятностно-статистических характеристик наблюдаемого процесса (его также называют *моментом разладки*) может быть представлен как момент первого попадания статистики в некоторое множество. Это, таким образом, сводит исходную *стохастическую* задачу к *детерминистической* задаче разбиения фазового пространства марковской достаточной статистики на множество остановки и множество продолжения наблюдений. Существует обширная теория решения таких задач.

В совместной работе автора и А. Н. Ширяева “Байесовские задачи на фильтрованных вероятностных пространствах” был получен результат о существовании и явном виде марковских достаточных статистик в общей постановке задачи скорейшего обнаружения для диффузионных процессов, когда структура наблюдаемого процесса до и после момента “разладки” известна. С помощью полученных результатов, задача скорейшего обнаружения была сведена к задаче об оптимальной остановке для процесса достаточной статистики. В продолжение данной темы, в настоящем проекте будут рассматриваться задачи скорейшего обнаружения для диффузионных процессов, когда структура процесса после момента “разладки” может быть неизвестна.

Планируется изучить следующие вопросы:

1. Получить критерий существования марковских достаточных статистик. Для случая, когда достаточные статистики существуют, свести рассматриваемую задачу к задаче об оптимальной остановке для процесса достаточной статистики.
2. Для случаев, когда достаточные статистики не существуют (как в задачах, когда структура наблюдаемого процесса после момента разладки известна, так и в задачах, когда она не известна), планируется рассмотреть вопрос о построении конечномерного марковского процесса заданной размерности, содержащего в некотором смысле “наиболее полную информацию” о наблюдаемом процессе.
3. В частности, планируется детально рассмотреть задачу построения *доверительных интервалов* для момента “разладки”. В этой задаче, по-видимому, не существует марковских достаточных статистик, и к ней планируется применить результаты пункта 2.