

# Геометрические свойства нелинейных уравнений

Д. В. Егоров

*Краткое изложение заявки*

Данный проект посвящен изучению нелинейных уравнений, возникающих при исследованиях эйнштейновых многообразий, а именно римановых многообразий с группой голономии  $SU(n)$  и  $G_2$ , а также в теории тэта-функций.

Первая часть проекта посвящена многообразиям с группой голономии  $SU(n)$  или многообразиям Калаби–Яу. Известно, что для данных пространств существует простой топологический критерий, позволяющий их выделять среди кэлеровых, т.е. с практической точки зрения — алгебраических. Гипотеза Калаби — теорема Яу утверждает, что если первый класс Чжэня компактного кэлерова многообразия равен нулю, то на нем существует риманова метрика с кривизной Риччи равной нулю. Данная теорема сводится к доказательству существования решения у комплексного уравнения Монжа–Ампера. Мы переформулируем данную гипотезу с точки зрения симплектической геометрии и исследуем возникающее при этом новое скалярное нелинейное эллиптическое уравнение.

Во второй части проекта мы исследуем компактные многообразия с группой голономии  $G_2$ . Для данных пространств нет аналога теоремы Яу или интересных топологических ограничений. При этом также нету достаточного количества нетривиальных примеров. Мы планируем изучить деформации  $G_2$ -структур и возникающие при этом уравнения.

Третья часть проекта посвящена теории тэта-функций. В теории конечнозонного интегрирования точные периодические решения солитонных уравнений математической физики выражаются через классическую тэта-функцию Якоби. Как известно, данная функция является сечением линейного расслоения над тором, который является факторгруппой коммутативной группы по дискретной подгруппе (решетке). В работах автора ранее были построены тэта-функции на нильмногообразиях. Данные пространства получаются при замене в определении тора коммутативной группы на нильпотентную. Мы собираемся использовать построенные тэта-функции для поиска точных решений некоторых нелинейных уравнений.