

РАЗРАБОТКА ФУНКЦИОНАЛЬНО-ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ПОДХОДА В ТЕОРИИ
ПОЛНОСТЬЮ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

Филимоненкова Н.В.

КРАТКОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ ЗАЯВКИ

Отправной точкой моего проекта является исследование теории разрешимости одного из типичных представителей полностью нелинейных уравнений в частных производных – m -гессиановского уравнения. Класс m -гессиановских уравнений включает в себя при $m = 1$ уравнение Пуассона, при $m = n$ – уравнение Монжа – Ампера. К настоящему времени мною проведено исследование классической и слабой разрешимости задачи Дирихле для m -гессиановских уравнений. По итогам работы в 2010 году защищена кандидатская диссертация, результаты опубликованы в научных журналах за 2009 – 2012 годы.

Изучение m -гессиановских уравнений демонстрирует на более или менее простом примере основные закономерности, присущие нетотально эллиптическим нелинейным уравнениям. Вопрос о разрешимости нетотально эллиптического уравнения обычно ставят в специальном функциональном конусе в пространстве C^2 – так называемый конус допустимых функций. В ходе моего исследования стало ясно, что специфика нелинейной теории кроется именно в алгебраических и геометрических свойствах конусов допустимых функций, но в настоящий момент эта алгебро-геометрическая база недостаточно разработана в математической литературе и еще в меньшей степени доступна для широкого круга специалистов.

Задачи данного проекта следующие:

1. Систематизация алгебраических и геометрических особенностей конуса допустимых функций. Необходимо собрать и связать воедино разрозненные факты о структуре конусов допустимых функций и найти единый подход к их доказательству, отвечающий потребностям современной теории полностью нелинейных уравнений. В частности, адаптировать и развить на современном уровне результаты из работы Л.Гординга 1959 года, посвященной α -гиперболическим многочленам, которая является базой для изучения конусов допустимых функций.

2. Развитие алгебро-геометрической теории конусов допустимых функций.

2.а Исследование связи между конусом допустимых функций и типом дифференциального уравнения.

2.б Исследование двойственных конусов в новой стратификации пространства симметричных матриц, порожденной конусами допустимых функций.

2.в Модернизация понятий m -выпуклой поверхности и m -выпуклой функции, исследование их свойств.

Задачи, предусмотренные проектом, имеют как вспомогательное значение для теории полностью нелинейных уравнений, так и самостоятельную ценность для развития абстрактной алгебры и геометрии.