

**Краткое изложение заявки. Гайфуллин Александр
Александрович**

**Объёмы многогранников как многозначные функции
длин их рёбер**

Хорошо известно, что площадь треугольника выражается через длины его сторон при помощи классической формулы Герона. Однако ни для какого многоугольника с не менее, чем 4 сторонами, площадь не может быть выражена как функция длин рёбер. Ситуация кардинально меняется в размерности 3. В 1996 году И.Х. Сабитовым была доказана следующая теорема:

Для любого комбинаторного типа симплициальных многогранников в \mathbb{R}^3 имеет место полиномиальное соотношение вида

$$V^{2N} + a_1(\ell)V^{2N-2} + \dots + a_N(\ell) = 0$$

между объёмом V многогранника данного комбинаторного типа и набором ℓ квадратов длин его рёбер.

Следствием этой теоремы явилось доказательство известной гипотезы о кузнечных мехах, утверждающей, что объём любого изгибаемого многогранника постоянен в процессе изгибания.

В 2011 году автор доказал, что утверждение теоремы Сабитова и, следовательно, гипотеза о кузнечных мехах, верны и для 4-мерных симплициальных многогранников.

Основной целью проекта является обобщение теоремы Сабитова на старшие размерности и неевклидовы геометрии (сферическую и геометрию Лобачевского). Отметим, что прямое обобщение гипотезы кузнечных мехов в сферической геометрии неверно: контрпример был получен В.А. Александровым в 1997 году. Планируется производить исследования в следующих основных направлениях:

1) Доказать аналог теоремы Сабитова и, как следствие, гипотезу о кузнечных мехах, для многогранников произвольной размерности $n \geq 3$ (результат по сути получен, но ещё не опубликован).

2) Исследовать гипотезу о кузнечных мехах для многогранников в сфере и пространстве Лобачевского. Выявить условия, при которых объём изгибаемого многогранника остаётся постоянным.

3) Применить развитые методы к исследованию каких-либо других (отличных от объёма) функций многогранников, например, параметров решёток периодов периодических полиэдральных поверхностей.