

K-адели

С.О. Горчинский

С каждым арифметическим многообразием, т.е. системой полиномиальных уравнений с целыми коэффициентами, связывается аналитическая функция от одной переменной — *L*-функция. Центральные гипотезы современной теории чисел и арифметической геометрии относятся к описанию свойств *L*-функций. А.Н. Паршиным был предложен подход к описанию *L*-функций, основанный на теории многомерных аделей. Недавно, Паршиным была обнаружена связь программы Ленглендса и многомерных аделей. Для изучения данной связи необходимой задачей является построение прямого образа для *K*-групп от многомерных аделей.

В рамках работы над проектом предполагаются следующие результаты: построение и изучение прямого образа для *K*-групп от многомерных аделей, согласованного с прямым образом на группах Чжоу, а также прямого образа для адельных дифференциальных форм. Доказательство законов взаимности, т.е. того факта, что прямой образ определяет морфизм комплексов. Вывод из этого нового концептуального доказательства явных формул Востокова из локальной теории полей классов, а также их обобщений.

Другой аспект теории *L*-функций заключается в изучении их специальных значений. Центральными здесь являются гипотезы Берча и Суиннертона-Дайера, а также гипотезы Бейлинсона. Последние были доказаны Борелем для случая числовых полей при помощи локальных методов, т.е. при помощи рассмотрения аделей. Важнейшей задачей является обобщение метода Бореля на произвольный случай. В частности, это подразумевает описание *K*-теории произвольного многообразия в терминах аделей.

В рамках работы над проектом ожидается описание *K*-теории алгебраических многообразий в терминах многомерных аделей, а именно доказательство того, что пространство *K*-теории нетеровой схемы является склейкой пространств *K*-теории колец аделей на ней. Далее планируется дать новое осознание доказательства гипотез Бейлинсона для числовых и функциональных полей в адельных терминах, а также попытаться доказать их аналоги для поверхностей над конечным полем адельными методами.

Одними из основных инвариантов алгебраических многообразий являются группы Чжоу и *K*-группы. Взаимосвязь этих инвариантов описывается теоремой Римана–Роха. Делинем была обнаружена необходимость построения категорного варианта теоремы Римана–Роха, в которой вместо групп входят категории Пикара.

Предполагается исследовать подход к категорной теореме Римана–Роха при помощи аделей и, в частности, указанного выше прямого образа. Для начала будут даны формулировка и доказательство категорной теоремы Римана–Роха в терминах аделей на кривой (частично это было сделано М. Капрановым в одном письме к Брылинскому). Основной целью является обобщение на многомерный случай.