

Краткое изложение заявки М.В. Игнатьева

Мои исследования посвящены теории представлений и алгебраической комбинаторике. В рамках этого проекта планируется работа над тремя темами, связанными между собой общим методом исследования — изучением геометрии коприсоединённых орбит разрешимых групп.

1. Порядки на группах Вейля. Исследование различных орбит борелевской подгруппы B редуктивной группы G относится к классическим проблемам теории Ли. Недавно М. Боос, А. Мельниковой, М. Райнеке и др. получены яркие результаты о замыканиях орбит борелевской подгруппы $GL_n(\mathbb{C})$. В частности, А. Мельникова описала порядок на инволюциях в симметрической группе S_n , индуцированный примыканиями присоединённых орбит на многообразии верхнетреугольных матриц с нулевым квадратом.

Мной получено комбинаторное описание порядка на инволюциях в S_n , индуцированного примыканиями коприсоединённых орбит борелевской подгруппы $GL_n(\mathbb{C})$ (Transf. Groups, **17** (2012), no. 3, 747–780). Оказалось, что этот порядок совпадает с порядком Брюа. Аналогичные результаты получены для симплектической группы (arXiv: math.RT/1112.2624). Планируется перенести эти результаты на случай остальных систем корней. Также планируется описать в комбинаторных терминах порядок, индуцированный примыканиями коприсоединённых орбит более общего вида — орбит, ассоциированных с расстановками ладей (совм. с А.С. Васюхиным).

2. Геометрия многообразий Шуберта. Под многообразием флагов \mathcal{F} мы понимаем фактор G/B . Касательное пространство в единице к \mathcal{F} естественно отождествляется с сопряжённым пространством к алгебре Ли унипотентного радикала группы B . Д.Ю. Елисеев и А.Н. Панов в 2011 г. вычислили касательные конусы C_w к многообразиям Шуберта $X_w \subseteq \mathcal{F}$ для $w \in S_n$ при $n \leq 6$. Оказалось, что замыкания орбит, ассоциированных с инволюциями, — это в точности касательные конусы, причём они различны, если инволюции различны. Последнее доказано нами с Д.Ю. Елисеевым для всех n (Записки ПОМИ, submitted).

Используя технику, развитую С. Кумаром, мы собираемся доказать аналогичные факты для остальных систем корней. Мы надеемся подтвердить гипотезу о том, что замыкание орбиты, ассоциированной с инволюцией $w \in S_n$, совпадает с касательным конусом C_w , найти явные уравнения для касательных конусов и исследовать ситуацию для других редуктивных групп.

3. Характеры унипотентных групп. Можно вместо орбит группы B изучать орбиты её унипотентного радикала U . (Они играют ключевую роль в теории представлений U согласно методу орбит А.А. Кириллова). Для случая A_n орбиты, ассоциированные с инволюциями, были полностью описаны А.Н. Пановым в 2007 г. Для других серий корней такие орбит изучались мной (Мат. заметки, **86** (2009), no. 1, 65–80; Алгебра и анализ **22** (2010), no. 5, 104–130).

Когда какой-то класс орбит U изучен, возникает задача явного описания характеров соответствующих представлений группы U ; такие задачи решались К. Андре, А. Нето, М. Айзексом и др. К орбитам, ассоциированным с инволюциями в S_n , относятся субрегулярные орбиты — орбиты предмаксимальной размерности. Мной была найдена явная формула для соответствующих им характеров (arXiv: math.RT/0801.3079). Я планирую получить аналогичные результаты для других орбит, ассоциированных с инволюциями. Кроме этого, я собираюсь исследовать гипотезу А.Н. Панова о том, что носитель характера совпадает с множеством классов сопряжённости элементов, лежащих в стабилизаторе канонической формы на орбите.

Преподавание. Я планирую продолжить работу, которой занимаюсь сейчас, в частности,

- чтение спецкурсов для студентов Самарского университета («Геометрия и группы», «Алгебры и модули», «Алгебры Ли и теория кодирования» и др.);
- организация и проведение учебно-исследовательских семинаров для студентов и аспирантов («Представления алгебр Ли», «Группы отражений» и др.);
- занятия в математических кружках с одарёнными школьниками Самары;
- написание учебных пособий и научно-популярных статей по алгебре.