

Краткое изложение заявки
Кащенко Илья Сергеевич

Проект посвящен методам изучения поведения решений функционально-дифференциальных уравнений: уравнений с запаздыванием, уравнений параболического типа или же уравнений с отклонением (распределением) пространственной переменной. Основная сложность уравнений такого типа — бесконечномерное фазовое пространство. Будет изучаться локальная динамика, т. е. поведение решений в окрестности стационара, а также возникающие там бифуркации. Потеря устойчивости состояния равновесия происходит, когда соответствующий линейный оператор не имеет собственных чисел в правой комплексной полуплоскости, но имеет собственное значение в сколь угодно малой окрестности мнимой оси. В ситуациях, когда таких критических собственных значений конечное число (конечномерный критический случай), работают хорошо известные методы исследования поведения решений обыкновенных дифференциальных уравнений. Если же критических собственных значений неограниченное количество, то ситуация существенно сложнее. Такие случаи возникают, например, когда запаздывание является асимптотически большим, либо коэффициент диффузии в уравнении параболического типа мал.

Изучению этих ситуаций и будет посвящен проект.

Разрабатываемый метод исследования локальной динамики базируется на методе нормальных форм для обыкновенных дифференциальных уравнений. Суть его состоит в конструировании замены специального вида, которая в критическом случае бесконечной размерности позволила бы свести исходное уравнение к квазинормальной форме — специальной системе, не содержащей больших либо малых параметров, глобальная динамика которых описывает поведение решений в окрестности состояния равновесия исходной системы.

Исследования будут проводиться по следующему плану.

1. Первая часть будет состоять в применении полученных результатов к моделям реальных физических систем. Главная цель исследований — определить характеристики (условия существования, устойчивости, амплитуду, и пр.) решений импульсного типа. Некоторые из этих подзадач представляется возможным решить с использованием метода квазинормальных форм.

2. Планируется продолжать изучать динамические особенности уравнений с управлением. По-прежнему, изучаться будут два вида управления: запаздывающее управление и пространственно-распределенное управление. Наиболее интересные задачи здесь — это дальнейшее изучение ситуации, когда коэффициент управления велик, а также задача о способе подбора параметров, чтобы стабилизировать неустойчивое решение (состояние равновесия либо цикл) или дестабилизировать неустойчивое.

3. Как уже было показано, для уравнений с большим запаздыванием характерно явление мультистабильности: при определенных значениях в окрестности состояния равновесия сосуществуют сразу несколько устойчивых периодических решений. В этой связи интересно изучить способы вывода системы из состояния мультистабильности, т. е. добиться того, чтобы устойчиво было только одно заранее выбранное решение.

4. Планируется применить развитые методы на задачу исследования динамики в окрестности цикла, а не состояния равновесия. Построить аналоги квазинормальных форм в этом случае, посмотреть возможные бифуркации.