

## Гамильтоновы зацепления в пространственных графах и виртуальные узлы

Данный проект направлен на исследование двух связанных между собой тем из теории узлов: связное суммирование виртуальных узлов и зацепления в пространственных графах. Теория виртуальных узлов была предложена Кауффманом в 1998 году как одно из обобщений классической теории узлов. В соответствии с этой теорией виртуальным узлом называется фактор-множество простых замкнутых кривых в утолщенных поверхностях (то есть в прямых произведениях поверхности на отрезок) по отношению эквивалентности, порождённому дестабилизацией (то есть преобразованием, которое уменьшает род поверхности, но не меняет узла). Настоящий проект направлен на исследование свойств виртуальных узлов, которыми не обладают классические узлы. Предполагается исследовать вопрос, связанный с введением порядка на множестве примарных слагаемых для виртуальных узлов. Для этого планируется выделить класс виртуальных узлов, для которых корректным образом определён порядок на множестве примарных слагаемых, а также показать, что если узел не принадлежит этому классу, то для слагаемых его примарного разложения корректно определённого порядка нет.

Помимо этого предполагается определить, в какой мере слагаемые примарного разложения виртуального узла определяют исходный узел. Хорошо известно, что существует бесконечно много различных виртуальных узлов, являющихся связной суммой двух данных. Планируется ввести на множестве виртуальных узлов, представимых в виде связной суммы одного и того же набора примарных слагаемых, ряд преобразований и показать, что с помощью этих преобразований можно перейти от одного узла к другому.

Также проект направлен на исследование свойств функции  $w_2$ , введённой Конвеем и Гордоном. Эта функция определяется как остаток от деления на 2 суммы коэффициентов зацеплений всех простых, непересекающихся и проходящих по всем вершинам пар циклов в пространственном графе (то есть графе, вложенном в трёхмерное евклидово пространство). Планируется ввести на множестве полных графов преобразование редукции, обладающее следующим свойством: если функция  $w_2$  инвариантна относительно вложения графа  $G$ , то она инвариантна относительно вложения и графа  $G'$ , где граф  $G'$  получается из графа  $G$  с помощью одной операции редукции.

Также планируется исследовать функцию  $w_2$  для полных двудольных пространственных графов. Будет доказана или опровержена гипотеза о том, что функция  $w_2$  инвариантна относительно вложения полного двудольного графа в трёхмерное евклидово пространство. Также, в случае положительного ответа, будут найдены значения функции  $w_2$  для всех полных двудольных пространственных графов.