

Стохастические методы решения обратных задач в рамках краевых задач для уравнений параболического типа

М.В. Кузякина

Краткое изложение заявки

Проект направлен на решение обратных задач, возникающих в математических моделях, представленных краевыми задачами для уравнений параболического типа на примере математической модели рассеяния примеси в атмосфере, а также применению полученных результатов для экологической безопасности большого города.

Математическая модель рассеяния примеси в атмосфере представляет собой уравнение в частных производных второго порядка параболического типа с заданными для него начальным и граничными условиями. В рамках математической модели атмосферной диффузии можно выделить следующие обратные задачи: вычислить значения одной или нескольких величин (параметров - мощность источника примеси, коэффициенты турбулентной диффузии, координаты источника примеси, фоновую концентрацию примеси) по известным значениям других параметров этой совокупности и значениям концентрации примеси в атмосфере. В предположении, что концентрация примеси измеряется абсолютно точно, обратные задачи могут быть решены (как это видно из работ авторов проекта, Дойчу (Doicu), Траутмана (Trautmann), Шерье (Schereier)) с помощью известных методов регуляризации (например, Тихонова или Лаврентьева). Однако указанными методами решить обратные задачи в предположении, что измерения концентрации примеси были произведены с некоторой имеющей стохастический характер погрешностью, как показывает анализ, не представляется возможным.

В рамках этого проекта предполагается продолжить изучение отмеченных выше обратных задач и разработать методику их численного решения, которая бы учитывала случайные ошибки в результатах измерения концентрации примеси.

Также предлагается разработать методику стохастического прогноза значений мощности источника примеси, выбрасываемой в атмосферу этим источником, а также значений вертикальной составляющей коэффициента турбулентной диффузии. Линейный фильтр Калмана-Бьюси, представляющий собой линейное стохастическое дифференциальное уравнение с заданным начальным условием позволяет построить такой прогноз.