

Краткое изложение заявки (Summary)

Щуров Илья Валерьевич

С середины прошлого века активно исследуются так называемые *быстро-медленные системы* — дифференциальные уравнения с малым параметром, описывающие процессы, происходящие в различных масштабах времени. Динамика таких систем обычно состоит из чередующихся фаз быстрых и медленных движений.

Автором были исследованы быстро-медленные системы на двумерном торе и доказано, что так называемые решения-утки (и в частности притягивающие уточные предельные циклы, которые можно обнаружить в численных и иных экспериментах) являются в этом случае типичными (доказана гипотеза, сформулированная Ильяшенко и Гукенхеймером в 2001 году), а также получен ряд других результатов. Типичность уточных решений принципиально отличает свойства быстро-медленных систем на торе от случая плоскости, поскольку на плоскости утки нетипичны.

Также автором (совместно с рядом коллег) проведено исследование конкретного трёхпараметрического семейства уравнений на торе, появляющегося в физической задаче моделирования динамики системы с джозефсоновскими контактами. Был получен ряд результатов о свойствах зон захвата (языков Арнольда) — областей в пространстве параметров, в которых число вращения (имеющее физический смысл среднего напряжения) является локально постоянным (не меняется при малых изменениях параметров). Как оказалось, рассмотренное уравнение обладает рядом нетипичных свойств, связанных с его симметриями. Также удалось получить объяснение некоторых геометрических свойств зон захвата с точки зрения теории быстро-медленных систем.

Планируется продолжить работу в области изучения быстро-медленных систем по двум направлениям:

1. Рассмотреть быстро-медленные отображения — аналог быстро-медленных систем для случая динамических систем с дискретным временем. Общей теории таких отображений в настоящий момент не существует, и мы планируем сделать первый шаг на пути к такой теории, доказав теорему о вложении быстро-медленного отображения в фазовый поток быстро-медленного дифференциального уравнения. Эта теорема позволит мгновенно перенести ряд результатов быстро-медленной теории на случай отображений.

2. Продолжить исследование зон захвата быстро-медленных систем на двумерном торе, как обладающих специальными симметриями, так и типичными. В частности, планируется получить ряд результатов о геометрии зон захвата, «узких» и «широких» языках и приближении их границ линиями уровня явно выписываемых функций. Помимо этого, планируется разработать новые эффективные алгоритмы построения областей захвата для широкого класса уравнений на торе, а также исследовать связь между обнаруженными свойствами уравнений на торе и другими задачами, сводящимся к аналогичным уравнениям.