

# Краткое содержание заявки

Изосимов Антон Михайлович

Мои исследования посвящены бигамильтоновым системам. Концепция бигамильтоновости была предложена Ф. Магри как простое и естественное объяснение существования бесконечной серии законов сохранения у “самой знаменитой интегрируемой системы” - уравнения Кортевега-де Фриза. Магри показал, что если некоторое уравнение может быть представлено в гамильтоновом виде двумя способами (то есть бигамильтоново), то оно автоматически обладает большим количеством законом сохранения (интегралов). Если таких законов оказывается достаточно много, то уравнение интегрируемо - его можно в некотором смысле явно решить. И наоборот, вскоре выяснилось, что практически все известные интегрируемые системы бигамильтоновы. Таким образом, понятия интегрируемости и бигамильтоновости очень близки. При этом бигамильтонова структура уравнения первичнее интегралов в том смысле, что знание бигамильтоновой структуры позволяет легко написать интегралы, а обратная задача нетривиальна. Кроме того, во многих примерах бигамильтонова структура проще, чем интегралы. Вследствие этого, естественно спросить, возможно ли изучать интегрируемые системы непосредственно исходя из их бигамильтоновой структуры, не переходя к интегралам. Отметим, что в первом приближении существуют два основных направления изучения интегрируемых систем: это получение явных решений и качественная теория. При этом если в количественной теории бигамильтонов подход активно применяется, то в качественной теории практически нет. Как показано в моих работах, бигамильтонов подход может существенно упростить качественный анализ интегрируемой системы. Идея состоит в следующем: поскольку интегралы есть следствие из бигамильтоновой структуры, бигамильтонова структура содержит внутри себя всю информацию об интегралах. Таким образом, любое свойство системы, записываемое на языке интегралов, может быть переписано на языке бигамильтоновых структур. При этом оказывается, что на языке бигамильтоновых структур многие свойства записываются проще. В частности, на этом пути мне удалось получить теорему об устойчивости в бигамильтоновых системах. Условия устойчивости на бигамильтоновом языке оказываются чисто алгебраическими - они записываются в терминах некоторых алгебр Ли и коциклов на них.

При помощи описанного подхода удалось достаточно легко решить задачу об устойчивости стационарных вращений многомерного твердого тела. Ранее эту задачу неоднократно пытались решить прямыми методами, однако ответ был известен только в размерности четыре.

Моя дальнейшая деятельность будет направлена, в основном, на обоснование применения описанной технологии в бесконечномерной ситуации. Пока что такое обоснование удалось получить только для уравнения Кортевега-де Фриза. Оказывается, устойчивость решений этого уравнения с бесконечным числом степеней свободы можно объяснить при помощи изучения некоторых коциклов на трехмерной алгебре Ли  $\mathfrak{sl}(2)$ .

Отмечу, что вопросы устойчивости в бесконечномерных интегрируемых системах сейчас активно изучаются, при этом исследование каждого конкретного уравнения - глубоко нетривиальная задача. Возможно, описанная конструкция в перспективе даст некий единый подход к решению задач такого рода.