

КРАТКОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ ЗАЯВКИ

Е. Ю. СМИРНОВ

1. ПРОВЕДЁННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

1.1. Исчисление Шуберта и многогранник Гельфанда–Цетлина. Это совместная работа с В. А. Кириченко и В. А. Тимориным. Мы описываем новый подход к исчислению Шуберта на многообразии полных флагов, использующий кольцо Пухликова–Хованского многогранника Гельфанда–Цетлина. Каждому циклу на многообразии флагов сопоставляется линейная комбинация граней данного многогранника, с точностью до некоторых явно описываемых соотношений между гранями. В итоге получается комбинаторная модель для теории пересечений на многообразии флагов: произведению двух циклов Шуберта отвечает пересечение соответствующих им наборов граней многогранника Гельфанда–Цетлина (при условии, что эти наборы граней трансверсальны). Кроме того, получены формулы, выражающие характер модуля Демазюра, многочлен Гильберта и степень многообразия Шуберта при данном вложении через количество целых точек и объём отвечающего этому многообразию Шуберта набора граней многогранника Гельфанда–Цетлина.

2. ПРОЕКТ БУДУЩИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

2.1. K -теория многообразий флагов и многогранник Гельфанда–Цетлина. Это продолжение проекта, описанного в п. 1.1. Мы планируем построить комбинаторную модель для кольца Гротендика $K(G/B)$ многообразия флагов при помощи операций над гранями многогранника Гельфанда–Цетлина, аналогично тому, как это уже было сделано для кольца когомологий. Каждому элементу кольца Гротендика при этом будет сопоставляться некоторая линейная комбинация граней многогранника; тензорному произведению расслоений, т.е. их произведению в кольце $K(G/B)$, будет отвечать пересечение наборов граней, а сумме — разность объединения и пересечения соответствующих наборов граней. У нас уже имеется гипотеза о том, как должно выглядеть соответствие между расслоениями, отвечающими циклам Шуберта, и наборами граней. В частности, мы планируем проинтерпретировать в терминах пересечения граней многогранника Гельфанда–Цетлина известные явные формулы для умножения элементов K -группы: формулы Монка и Пьери.

2.2. K -теория торических многообразий и аналог теоремы Пухликова–Хованского. Планируется описать кольцо Гротендика произвольного гладкого проективного торического многообразия X при помощи его многогранника P_X . Для этого предлагается модифицировать конструкцию кольца Пухликова–Хованского, сопоставляющую каждому многограннику некоторое кольцо, которое для целочисленно простого многогранника оказывается изоморфно кольцу когомологий соответствующего гладкого торического многообразия.

2.3. Специализации многочленов Шуберта и “наиболее особые” многообразия Шуберта. Обобщая результаты С. В. Фомина, А. Н. Кириллова и А. Ву, мы доказываем, что главные специализации многочленов Шуберта для некоторых перестановок равняются производящим функциям для числа плоских разбиений определённого вида и приводим для них детерминантные формулы, выражающие их через q -числа Каталана–Карлитца–Риордана. Эти перестановки оказываются тесно связаны с гипотетически “наиболее особыми” многообразиями Шуберта, т.е. такими многообразиями, в которых особые точки имеют наибольшую среди всех многообразий Шуберта кратность. Мы планируем получить аналоги этих результатов для многочленов Гротендика, задающих базис в K -группе многообразия флагов.

E-mail address: smirnoff@mccme.ru

Date: October 15, 2012.