

Отчет по гранту фонда «Династия» за 2013 год

Е. Ю. Смирнов

1. РЕЗУЛЬТАТЫ

1.1. Мультифлаговые многочлены Шура. Многочлены Шура — это семейство симметрических многочленов, введенных Якоби в XIX веке. Они играют важную роль в теории представлений (как характеры представлений полной линейной группы) и в комбинаторике, в особенности в задачах, связанных с таблицами Юнга. Они могут быть выражены через элементарные и полные симметрические многочлены при помощи детерминантных формул, известных как формулы Якоби–Труди. Флаговые многочлены Шура являются обобщениями классических многочленов Шура. Они были определены в 1982 году в работе А. Ласку и М.-П. Шютценберже. Флаговый многочлен Шура $s_\lambda(b)$ определяется по разбиению λ и последовательности возрастающих натуральных чисел $b = (b_1, \dots, b_n)$, называемой флагом. Для флаговых многочленов Шура также имеются детерминантные формулы, полученные И. Гесселем, выражающие их через обычные многочлены Шура.

В нашей совместной работе с Г. А. Мерзоном рассматриваются флаговые многочлены Шура для флага вида $b = (h+1, h+2, \dots, h+n)$; они называются *h-флаговыми многочленами Шура*. Получены новые детерминантные формулы, выражающие *h-флаговые* многочлены Шура через 1-флаговые. Как следствие из этого получают детерминантные формулы, выражающие многочлены Шуберта некоторых вексиллярных перестановок через многочлены Шуберта перестановок более простого вида. Главные специализации и специализации в единице некоторых из этих формул имеют интересные приложения к теории плоских разбиений; так, в частности, из них получают формулы Краттенталера и Кириллова–Фомина для числа плоских разбиений внутри треугольной призмы.

1.2. Плоские кривые и биалгебра лагранжевых подпространств.

Наша совместная работа с В. А. Клепцыным посвящена исследованию многокомпонентных плоских кривых с особенностями типа «самокасание». Каждой такой кривой сопоставляется инвариант, называемый *L-пространством*, и являющийся лагранжевым подпространством в четномерном векторном пространстве над полем

\mathbb{F}_2 со стандартной симплектической формой. Этот инвариант обобщает понятие матрицы пересечений для оснащенной хордовой диаграммы обычной (однокомпонентной) плоской кривой. Описывается поведение этого инварианта при действии на многокомпонентных кривых морсовских перестроек и движений Васильева первого и второго рода. Кроме того, на множестве L -пространств может быть определена структура биалгебры; имеется вложение биалгебры графов, определенной в работе С. К. Ландо, в биалгебру L -пространств.

2. ПУБЛИКАЦИИ

- (1) Е. Ю. Смирнов, *Диаграммы Юнга, плоские разбиения и знакопередающиеся матрицы*. М.: МЦНМО, 2014 (в печати).
- (2) Victor Kleptsyn, Evgeny Smirnov, *Plane curves and bialgebra of Lagrangian subspaces*, 16 pages, preprint.
- (3) Grigory Merzon, Evgeny Smirnov, *Determinantal identities for flagged Schur and Schubert polynomials*, in preparation.

3. ДОКЛАДЫ

- Schubert calculus and Gelfand–Zetlin polytopes, *Maurice Auslander Distinguished Lectures and International Conference*, Woods Hole, MA, USA, April 18–23, 2013;
- Schubert decomposition for double Grassmannians, *International Conference on Algebraic Geometry and Coding Theory*, Mumbai, India, December 2–6, 2013;
- Mini-course “Grassmannians and flag varieties”, *University of Edinburgh*, Scotland, September 21–25, 2013;
- Плоские кривые и биалгебра лагранжевых подпространств, *семинар «Комбинаторика инвариантов Васильева»*, факультет математики ВШЭ, 30 мая 2013 г.
- Плоские кривые и биалгебра лагранжевых подпространств, *семинар по маломерной математике*, ПОМИ РАН, С.-Петербург, 13 декабря 2013 г.

4. ПРЕПОДАВАНИЕ

На факультете математики ВШЭ.

- Алгебра, 1 курс (2012/13 уч.г.) — лекции, семинары;
- Научно-учебный семинар «Выпуклая геометрия» (совместно с В.А.Кириченко, А.В.Колесниковым и А.И.Эстеровым, 2012/13 уч.г.);
- Алгебра, 2 курс (I модуль 2013/14 уч.г.) — лекции;
- Алгебра, 1 курс (осень 2013/14 уч.г.) — семинары (лектор — В.А.Кириченко);

- Спецкурс «Симметрические функции» (осень 2013/14 уч.г., совместно с НМУ).

Лауреат премии «Лучший преподаватель» (по итогам студенческого голосования) в 2012 и 2013 году.

Где-то еще. Продолжаю преподавать в математическом классе 57 школы (в 2013/14 году — в 9-м классе).

Принимал участие в различных школах для школьников и студентов:

- Летняя школа «Современная математика» (Дубна, июль 2013);
- Весенняя школа по математике и математической физике (Севастополь, Украина, май 2013);
- Зимняя экологическая школа (Пушино, январь 2013);
- Летняя экологическая школа (Смоленская обл., июль-август 2013);
- Зимняя школа для абитуриентов магистратуры ВШЭ (Голицыно, февраль 2013);
- Летний лагерь 57 школы (Подмосковье, август 2013)

Выступил с популярной лекцией «Симметрия в математике и не только» в лектории Политехнического музея (октябрь 2013).

По материалам курса на Летней школе «Современная математика» подготовлена брошюра для младшекурсников, принятая в печать издательством МЦНМО.