

Отчет за 2015 год

Екатерины Владимировны Булинской

1. Результаты, полученные в 2015 году

В 2015 году Е.Вл.Булинская продолжила исследования, начатые ею в 2013-2014 годах. Следует напомнить, что речь идет об изучении важных стохастических моделей, описываемых ветвящимися процессами. Современная теория таких процессов была заложена А.Н.Колмогоровым в середине XX века. С тех пор глубокие обобщения были получены в трудах таких известных ученых, как Р.Беллман, К.С.Крамп, С.Дж.Мод, Б.А.Севастьянов, Т.Харрис, П.Ягерс, С.Альбеверио, В.А.Ватутин, Д.Доусон, О.Зейтуни, Ф.Кармона, Ж-Ф.Ле Галь, С.А.Молчанов, М.А.Лифшиц, В.А.Топчий, Ф. ден Холландер, З.Ши и многих других. Исследования в области ветвящихся процессов (и их разнообразных приложений, например, в биологии) ведутся в крупных научных центрах России, США, Франции, Швеции, Нидерландов и других стран. Традиционно рассматриваемые задачи формулируются как задачи об эволюции популяции частиц, которые испытывают случайные изменения во времени и пространстве. В рамках проекта Е.Вл.Булинской изучено асимптотическое (по времени) поведение как общего числа частиц, так и локальных численностей в модели надкритического каталитического ветвящегося процесса (КВП) с любым конечным числом центров катализа в дискретном пространстве. Точнее говоря, предполагается, что частицы перемещаются по этому пространству согласно заданной марковской цепи, а производить потомство могут только в присутствии катализаторов, расположенных в фиксированных точках. Сложность задачи заключается в том, что одновременно рассматривается динамика частиц и вероятностный механизм их размножения. Общее число публикаций автора по данной тематике за отчетный период составляет 9 наименований. Они приведены в разделе 5 (отметим, что работа по проекту не прекращалась и при наличии у автора грудного ребенка). Перейдем к краткому рассмотрению основных результатов, установленных в 2015 году (в работах [7],[8] и [9]).

В 2015 году Е.Вл.Булинской решены задачи о нахождении вероятности глобального вырождения популяции частиц в КВП и вероятности локального вырождения. Установлены необходимые и достаточные условия для фазы исключительно глобального выживания и сильного локального выживания. При широких условиях доказаны предельные теоремы для нормированных общих и локальных численностей частиц в надкритическом КВП как в смысле сходимости почти наверное, так и в отношении сходимости по распределению. Полученные Е.Вл.Булинской результаты обобщают ряд известных ранее, например, доказанных в статьях следующих авторов: Е.Б.Яровая (2013) и Ph.Carmona, Y.Hu (2014) (лемма 5.1). Так, в докторской диссертации Е.Б.Яровой (2013) были найдены предельные распределения численностей частиц в модели надкритического ветвящегося случайного блуждания по целочисленной d -мерной решетке с конечным числом центров генерации частиц. При этом предполагалось не только существование всех моментов числа потомков каждой частицы, но и определенная скорость роста таких моментов в зависимости от их порядка. Е.Вл.Булинской же рассматривается не только более общая модель, но и налагаются чрезвычайно слабые ограничения на моменты размера потомства каждой частицы, а также изучается предельное поведение числа частиц и в смысле сходимости с вероятностью единица. Эти результаты

представляют не только самостоятельный интерес, но и применяются в дальнейших исследованиях характера распространения популяции частиц в КВП.

Добиться отмеченных продвижений в области предельных теорем для надкритического КВП удалось благодаря фундаменту, заложенному в недавней работе Е.Вл.Булинской (2014), опубликованной при поддержке фонда “Династия”. Во-первых, там были введены вспомогательные ветвящиеся процессы Беллмана-Харриса, которые во многом позволяют свести изучение КВП к классическим результатам современной теории ветвящихся процессов. Во-вторых, в упомянутой статье Е.Вл.Булинской (2014) выполнен моментный анализ общих и локальных численностей частиц, на что существенно опираются доказательства результатов ее новой публикации.

Результаты этих исследований содержатся в двух работах автора [7] и [8]. Более того, с их помощью Е.Вл.Булинской была решена задача о нахождении скорости разрастания популяции частиц в КВП по \mathbb{Z}^d . Ранее в недавней статье Carmona, Hu (2014) было установлено, что популяция частиц в каталитическом ветвящемся случайном блуждании по одномерной целочисленной решетке распространяется асимптотически линейно по времени. Е.Вл.Булинской удалось доказать аналогичный результат в случае КВП по целочисленной решетке любой размерности $d \in \mathbb{N}$. Соответствующие полученные результаты находятся в стадии оформления.

2. Опубликованные работы

1. Булинская Е.Вл., “Сильная и слабая сходимости размера популяции в надкритическом каталитическом ветвящемся процессе”. *Доклады Академии наук*, 465(4), 2015, стр. 398-402.
2. Булинская Е.Вл. “Новые эффекты поведения ветвящегося случайного блуждания при наличии катализаторов”. Тезисы докладов конференции “Встреча поколений” фонда Дмитрия Зимина “Династия”, 9-11 июня 2015, Москва, стр. 3.

3. Участие в конференциях и школах

Доклад “Новые эффекты поведения ветвящегося случайного блуждания при наличии катализаторов” на научной конференции “Встреча поколений” фонда Дмитрия Зимина “Династия”, Москва, НМУ, 9-11 июня, 2015.

4. Работа в научных центрах и международных группах и педагогическая деятельность

Поскольку автор отчета находилась весь 2015 год в отпуске по уходу за ребенком, то в свободные минуты она занималась научными исследованиями, а работа в научных центрах и международных группах, а также педагогическая деятельность отложены до выхода из отпуска.

5. Итог работы за 2013-2015 гг.

Приведем полный список работ, подготовленных Е.Вл.Булинской в 2013-2015 годах при поддержке фонда “Династия”.

[1] Булинская Е.Вл., “Докритическое каталитическое ветвящееся случайное блуждание с конечной или бесконечной дисперсией числа потомков”. *Труды МИАН*, 282(1), 2013, 69-79.

[2] Bulinskaya E.Vl., “Effective classification of branching processes with several points of catalysis”. Abstracts of Communications of the Seventh International Workshop on Simulation, Rimini, May 21-25, 2013, 90-91.

[3] Bulinskaya E.Vl., “Hitting times under taboo for Markov chains”. Abstracts of Communications of Russian-Chinese Seminar on Asymptotic Methods in Probability Theory and Mathematical Statistics, St. Petersburg, June 10-14, 2013, 19-20.

[4] Bulinskaya E.Vl., “Catalytic branching processes via hitting times with taboo and Bellman-Harris processes”. Abstracts of Communications of 29-th European Meeting of Statisticians, Budapest, July 20-25, 2013, 62-62.

[5] Bulinskaya E.Vl., “Finiteness of hitting times under taboo”. *Statistics and Probability Letters*, 85(1), 2014, 15-19.

[6] Булинская Е.Вл., “Полная классификация каталитических ветвящихся процессов”. *Теория вероятностей и ее применения*, 59(4), 2014, 639-666.

[7] Булинская Е.Вл., “Сильная и слабая сходимости размера популяции в надкритическом каталитическом ветвящемся процессе”. *Доклады Академии наук*, 465(4), 2015, стр. 398-402.

[8] Булинская Е.Вл., “Новые эффекты поведения ветвящегося случайного блуждания при наличии катализаторов”. Тезисы докладов конференции “Встреча поколений” фонда Дмитрия Зимина “Династия”, 9-11 июня 2015, Москва, стр. 3.

[9] Булинская Е.Вл., “Распространение каталитического ветвящегося случайного блуждания по многомерной решетке” (в процессе оформления).

В заявке на конкурс молодых математиков фонда “Династия” Е.Вл.Булинской были намечены следующие задачи:

1) доказать предельные теоремы для общих и локальных численностей частиц в каталитическом ветвящемся случайном блуждании (КВСБ) по счетному множеству S ;

2) изучить характер распространения фронта частиц в КВСБ по \mathbb{Z}^d , на этом пути установить закон больших чисел для максимума КВСБ по \mathbb{Z}^d ($d \geq 2$);

3) исследовать КВСБ со многими источниками ветвления, осуществить эффективную классификацию таких процессов;

4) установить новые функциональные предельные теоремы для КВСБ.

Подводя итог проделанной работы, стоит отметить, что Е.Вл.Булинской были решены даже более общие задачи, чем указанные в пунктах 1) и 3). А именно, в публикациях [1], [7], и [8] Е.Вл.Булинской доказаны предельные теоремы не только для КВСБ с одним источником ветвления, как было заявлено в пункте 1), но и для КВП с любым конечным числом центров катализа. Более того, в работах [2]-[6] удалось осуществить полную классификацию не только каталитических ветвящихся случайных блужданий (КВСБ), но и более общих каталитических ветвящихся процессов (КВП), в которых перемещение частиц происходит по произвольному счетному множеству S . Что касается пункта 2) заявки, то Е.Вл.Булинской проделана работа, в точности соответствующая этому пункту, т.е. для корректно введенного “максимума” КВСБ по \mathbb{Z}^d ($d \geq 2$) установлен асимптотически линейный (вне зависимости от размерности d решетки) по времени рост, когда время стремится к бесконечности. Поскольку на решение более обширных задач, чем были заявлены в пунктах 1) и 3), потребовалось дополнительное время, Е.Вл.Булинской не удалось далеко продвинуться в решении задач из пункта 4). После окончания оформления работы [9] автор заявки предполагает обратиться к решению упомянутых задач. Работа [9] с последними результатами еще не сдана в журнал и находится в стадии оформления.