

Для фонда Дмитрия Зимина «Династия»
Отчет за 2014 год
Конкурс молодых математиков – подпрограмма 2.2

Гайфуллин Александр Александрович

1. Результаты, полученные в этом году:

Построены примеры (самопересекающихся) изгибаемых многогранников в пространствах постоянной кривизны: евклидовом пространстве, сфере и пространстве Лобачевского - всех размерностей. Изгибаемым многогранником в n -мерном пространстве называется многогранник с жёсткими $(n-1)$ -мерными гранями и шарнирами в $(n-2)$ -мерных гранях, который допускает деформацию (изгибание), не индуцированную поворотом всего пространства. Ранее примеры (даже самопересекающихся) изгибаемых многогранников были известны только в размерностях 3 (Р. Брикар, 1897) и 4 (А. Вальц, 1998).

Классифицированы все изгибаемые кросс-политопы простейшего возможного комбинаторного типа, а именно, имеющие комбинаторный тип кросс-политопа - правильного многогранника, двойственного кубу. Для каждого из типов изгибаемых кросс-политопов выписана явная параметризация изгибания в рациональных или эллиптических функциях.

Доказано, что объём любого изгибаемого многогранника в пространствах Лобачевского нечётных размерностей постоянен в процессе изгибания. Ранее было известно, что аналогичное утверждение верно в евклидовых пространствах всех размерностей: И.Х. Сабитов (1996) для размерности 3 и мой результат (2011-2012) в размерностях 4 и выше. Доказательство результата для нечётномерных пространств Лобачевского опирается на изучение аналитического продолжения объёма симплекса в пространстве Лобачевского, рассматриваемого как функция от гиперболических косинусов длин его рёбер.

В сферах всех размерностей построены примеры несамопересекающихся изгибаемых кросс-политопов с непостоянными объёмами, содержащихся в открытых полусферах. Эти примеры представляют интерес с двух следующих точек зрения. Во-первых, это первые примеры несамопересекающихся изгибаемых многогранников в размерностях 4 и выше: ранее были известны только трёхмерные примеры (Р. Коннелли, 1977). Отметим, что в евклидовых пространствах и пространствах Лобачевского размерностей 4 и выше до сих пор не известно ни одного примера несамопересекающегося изгибаемого многообразия. Во-вторых, опять же в размерностях 4 и выше это - первые примеры изгибаемых многогранников с непостоянными объёмами. Ранее такой пример был известен только в трёхмерной сфере (В.А. Александров, 1997) и был самопересекающимся.

2. Опубликованные и поданные в печать работы:

1) A. A. Gaifullin, "Sabitov polynomials for volumes of polyhedra in four dimensions", *Adv. Math.*, 252 (2014), 586–611.

2) A. A. Gaifullin, S. A. Gaifullin, "Deformations of period lattices of flexible polyhedral surfaces", *Discrete Comput. Geom.*, 51:3 (2014), 650–665.

3) A. A. Gaifullin, "Generalization of Sabitov's theorem to polyhedra of arbitrary dimensions", *Discrete Comput. Geom.*, 52:2 (2014), 195–220.

4) А. А. Гайфуллин, "Изгибаемые кросс-политопы в пространствах постоянной кривизны", Алгебраическая топология, выпуклые многогранники и смежные вопросы, Сборник статей. К 70-летию со дня рождения члена-корреспондента РАН Виктора Матвеевича Бухштабера, Тр. МИАН, 286, МАИК, М., 2014, 88–128.

5) A. A. Gaifullin, Volume of a simplex as a multivalued algebraic function of the areas of its two-faces, Topology, Geometry, Integrable Systems, and Mathematical Physics: Novikov's Seminar 2012-2014 (Eds. V. M. Buchstaber, B. A. Dubrovin, I. M. Krichever), American Mathematical Society Translations, Ser. 2, v. 234, AMS, 2014, p. 201-221.

6) А. А. Гайфуллин, Вложенные изгибаемые сферические кросс-политопы с непостоянными объёмами, подана в Труды МИАН.

3. Участие в конференциях и школах:

1) Воркшоп "Geometrie", 15-21 июня 2014 г., Обервольфах, Германия, доклад "Volumes of flexible polyhedra".

2) "XXXIII Workshop on Geometric methods in Physics, 29 июня - 5 июля 2014 г., Бяловежа, Польша, пленарный доклад "Flexible polyhedra in spaces of constant curvature".

3) Летняя школа "Современная математика", 19-30 июля 2014 г., Дубна, цикл лекций "Изгибаемые многогранники".

4) Международная конференция "Дни геометрии в Новосибирске - 2014", посвящённая 85-летию академика Юрия Григорьевича Решетняка, 24-27 сентября 2014 г., Новосибирск, ИМ СО РАН, пленарный доклад "Volumes of flexible polyhedra".

5) Международная конференция "Геометрия, топология и интегрируемость", 20-25 октября 2014 г., Москва, Сколково, пленарный доклад "Изгибаемые многогранники и их объёмы".

6) Конференция "Discrete, Computational, and Algebraic Topology", 10-14 ноября 2014 г., Копенгаген, Дания, приглашённый доклад "Volumes of polyhedra and collapses of simplicial complexes".

7) Конференция "Бесконечномерный анализ, стохастика, математическое моделирование: новые задачи и методы и Проблемы математического и естественнонаучного образования", 15-18 декабря 2014 г., Москва, РУДН, пленарный доклад "Проблема реализации циклов и отношение доминирования для многообразий".

8) Конференция "Московское Математическое Общество и Московский государственный университет", посвящённая 150-летию образования Московского Математического Общества, 23–25 декабря 2014 г., Москва, МГУ, приглашённый доклад "Проблема реализации циклов и комбинаторные классы Понтрягина: история и новые результаты".

4. Работа в научных центрах и международных группах: нет

5. Педагогическая деятельность (включая научное руководство).

- 1) Чтение специальных курсов лекций на Механико-математическом факультете МГУ: "Характеристические классы и когомологические операции: геометрический подход" (весенний семестр) и "Теория когомологий и её приложения" (осенний семестр)
- 2) Ведение практических занятий по курсу "Введение в топологию" на Механико-математическом факультете МГУ (осенний семестр, 2 группы).
- 3) Руководство учебным семинаром для студентов на Механико-математическом факультете МГУ "Теории гомологий и характеристические классы".
- 4) Научное руководство 1 аспирантом и 7 студентами (мехмат МГУ).