

## Иван Митрофанов: отчёт за 2015 год.

### Полученные результаты и печатные работы:

Основная задача проекта – задача о сравнении факторных языков двух подстановочных систем – так и не была решена полностью, но был расширен класс пар подстановочных систем, для которых удаётся решить задачу. Назовём *высотой* подстановки  $\varphi : A^* \rightarrow A^*$  высоту дерева компонент связности соответствующего ей ориентированного графа. Был получен алгоритм сравнения факторных языков подстановочных систем с малыми высотами (1,2,3).

А.М.Вершиком и А.Н.Лившицем изучались адические представления символических динамических систем, в том числе подстановок над конечным алфавитом. Автором и А.Я.Канелем ранее было введено понятие эволюции схем Розы, периодичность которой для примитивных подстановок сходна с существованием стационарного адического представления. В результате был получен способ построения марковских компактов, работающий для некоторого класса многомерных подстановочных систем.

Также были случайно получены некоторые результаты, не связанные с проектом по символической динамике. Например, такой. Рассмотрим ориентированный граф, вершинами которого являются пары чисел  $(i, j) : 1 \leq i < n, 1 \leq j < m$ , ориентированные рёбра имеют вид  $(i, j) \rightarrow (i + 1, j)$ ,  $(i, j) \rightarrow (i, j + 1)$  или  $(i, j) \rightarrow (i - 1, j - 1)$ . Любой простой цикл в этом графе естественным образом имеет ориентацию «по» или «против» часовой стрелки. Тогда в любом разбиении вершин на простые циклы циклов различных ориентаций поровну.

Принята в печать статья «Почти периодичность морфических слов», готовится к защите кандидатская диссертация.

### Участие в конференциях и школах:

Growth, Symbolic Dynamics and Combinatorics of Words in Groups (1–5 июня, Париж)

Летняя математическая школа "Алгебра и геометрия" (25 - 31 июля, Ярославль)

## **Выступления на научных семинарах:**

Петербургский семинар по теории представлений и динамическим системам (15 апреля, ПОМИ)

## **Педагогическая деятельность:**

1. Веду математический кружок для 10-го класса в ЦПМ
2. Весной и осенью был преподавателем на московских сборах недалеко от г.Истры
3. Участвовал в проведении турнира матбоёв на мехмате МГУ (увы, турнир не был завершён)

## **Итоги за три года:**

Планировалось исследовать различные алгоритмические задачи, связанные с подстановочными системами. За минувшие три года задача сравнения факторных языков решена для достаточно широкого класса систем, но не решена полностью. Задача алгоритмической проверки равенства двух подстановочных слов следует из задачи сравнения факторных языков и, по-видимому, будет решена одновременно с ней.

По всей видимости, комбинаторные методы, развитые при решении этих задач, могут привести к решению и в общем случае, так что над этими задачами планируется работать дальше.

Довольно успешно были проведены обобщения полученных ранее результатов (алгоритмическая разрешимость равномерной рекуррентности и периодичности) для многомерных подстановочных систем. В определении, что такое многомерная подстановочная система, довольно много степеней свободы, и в контексте задач об алгоритмической разрешимости автором в качестве наиболее естественного обобщения одномерных систем были рассмотрены прямоугольные морфизмы и бесконечные слова как элементы  $\mathbb{Z}^d \rightarrow A$ . Также разработанные для этих задач методы позволили упростить имеющиеся до этого доказательства для одномерных подстановочных систем.