

Иван Митрофанов: отчёт за 2013 год.

Для бесконечного слова определён его сабшифт (subshift) — замыкание орбиты относительно сдвига в цилиндрической топологии. Ранее F.Durand в терминах отображений Пуанкаре для субшифта, соответствующего равномерно рекуррентному бесконечному слову, получил [1] критерий того, что слово является морфическим, то есть представляется в виде $h(\varphi^\infty(a))$. Похожий результат был получен [7] автором и А.Канелем: в терминах графов Рози было получено структурное описание факторных языков, являющихся языками подслов некоторого равномерно рекуррентного морфического слова.

Эти конструкции позволили построить алгоритмы, которые по входным данным — подстановочным системам — определяют некоторые свойства соответствующих морфических слов и связанных с ними субшифтов. В частности, было получено [2, 3] решение долго стоявшей проблемы периодичности морфического слова и поставленной в [10] проблемы минимальности сабшифта [4, 5].

Естественным обобщением морфических слов являются самоподобные мозаики в \mathbb{R}^d . Постановка задачи алгоритмической разрешимости, связанной с мозаикой, требует конечного способа описания мозаики, поэтому естественнее всего трактуется для иерархических замощений разноцветными кубами одинакового размера, отождествляемых с $A^{\mathbb{Z}^d}$.

Производные замощения Вороного, описанные в работах N.Priebe и Б.Соломяка [8, 9], обобщают конструкцию Дюранда для некоторого класса мозаек, но, как видится, пока не позволяют обобщить метод решения алгоритмических задач.

Список литературы

- [1] F. Durand. A characterization of substitutive sequences using return words. *Discrete Math.* 179 (1998), 89 – 101.
- [2] I.Mitrofanov. A proof for the decidability of HD0L ultimate periodicity. arXiv:1110.4780(2011).
- [3] F.Durand. Decidability of the HD0L ultimate periodicity problem. arXiv:1111.3268v1 (2011).

- [4] F. Durand, Decidability of uniform recurrence of morphic sequences Int. J. Found. Comput. Sci., 24, 123 (2013).
- [5] I. Mitrofanov. On uniform recurrence of HD0L systems. arXiv:1111.1999 (2011).
- [6] F. Durand, HD0L ω -equivalence and periodicity problems in the primitive case (to the memory of G. Rauzy), accepted in J. of Uniform Distribution Theory.
- [7] Alexei Kanel-Belov, Ivan Mitrofanov. Periodicity of Rauzy scheme and substitutional systems.
- [8] Priebe. Towards a characterization of self-similar tilings in terms of derived Voronoi tessellations. Geom. Dedicata 79 (2000), 239 – 265.
- [9] N. Priebe and B. Solomyak. Characterization of planar pseudo-selfsimilar tilings. Discrete Comput. Geom. 26 (2001), 289 – 306.
- [10] Ан. А. Мучник, Ю. Л. Притыкин, А. Л. Семенов, "Последовательности, близкие к периодическим" // УМН, 64:5(389) (2009), 21-96

Результаты, полученные в этом году.

Основные результаты автора связаны с алгоритмическими задачами для многомерных подстановочных систем и являются попытками обобщить полученные ранее для бесконечных слов результаты. Большая часть результатов связана с прямоугольными подстановочными системами – системами, в которых каждая плитка заменяется на некий параллелепипед, заполненный плитками:

1. Для примитивных прямоугольных подстановочных систем найден алгоритм вычисления подгруппы группы сдвигов \mathbb{Z}^d , действующей на мозаике тождественно.
2. Для двух примитивных прямоугольных подстановочных систем с эквивалентными функциями роста найден алгоритмически проверяемый критерий того, что их сабшифты совпадают.

3. Для прямоугольной подстановочной системы с одной и той же скоростью роста всех компонент найден алгоритмически проверяемый критерий того, что соответствующий сабшифт является минимальным.

Также был найден способ устанавливать периодичность мозаик, полученных с помощью широкого класса примитивных подстановочных систем с образами элементов, являющимися выпуклыми многоугольниками.

Опубликованные и поданные в печать работы:

И.В.Митрофанов, Периодичность морфических слов (подана в печать).

Участие в конференциях и школах.

1. 14-18 января. SubTile 2013, CIRM, Марсель.
2. 21 - 23 июня. Franco-Russian workshop on Algorithms, complexity and applications 2013, Москва.
3. 25 июня – 5 июля. Number Theory and Dynamics + Journees Arithmetiques, Institut Fourier, Гренобль.

Педагогическая деятельность.

1. Совместно с А.Канелем, И.Ивановым и Т.Fernique представил задачу “Апериодичные замощения” на летней конференции Турнира городов в Боровке в Белоруссии
2. Читал курс “Синхронизирующие раскраски и конечные автоматы” на летней школе “Комбинаторика и алгоритмы”, г.Судиславль.
3. Участвовал в подготовке команды России на международную олимпиаду школьников по математике в Тверской области.
4. Весной и осенью был преподавателем на московских сборах недалеко от г.Истры.